

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Московский
государственный строительный университет»**

КАФЕДРА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ И КАМЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

**РАСЧЕТ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ
ИЗГИБАЕМЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПО
ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ И СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ № 4-9, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ
РАБОТЫ И ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

по дисциплине «Железобетонные и каменные конструкции» для
обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство»

Москва 2018

Составители:

доцент, к.т.н. А.Ю. Родина,
доцент, к.т.н. Д.С. Ванус,
доцент, к.т.н. Л.А. Аветисян
ст. преподаватель Е.В. Домарова

Рецензент:

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой железобетонных и каменных конструкций НИУ МГСУ **А.Г. Тамразян**

Расчёт железобетонных изгибаемых элементов по предельным состояниям. Методические указания и справочные материалы к практическим занятиям по дисциплине «Железобетонные и каменные конструкции» для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство»

АННОТАЦИЯ

Методические указания содержат примеры расчета на действие изгибающего момента железобетонных элементов прямоугольного и таврового сечений с границей сжатой зоны в полке и ребре. Приведены схемы армирования. В приложениях даны необходимые справочные материалы для расчета.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1. Метод расчета железобетонных конструкций по предельным состояниям	5
1.1. Три стадии напряженно-деформированного состояния сечений железобетонных элементов под нагрузкой и характер разрушения при изгибе	5
1.2. Расчет по методу предельных состояний.....	7
1.3. Основные положения расчета	9
2. Изгибаемые элементы прямоугольного сечения	11
2.1. Железобетонные элементы прямоугольного сечения с одиночной рабочей арматурой	11
2.2. Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с двойной рабочей арматурой ..	25
3. Изгибаемые элементы таврового сечения	40
3.1. Изгибаемые элементы таврового сечения с полкой в сжатой зоне (граница сжатой зоны- в полке)	43
3.2. Изгибаемые элементы таврового сечения с полкой в сжатой зоне (граница сжатой зоны пересекает ребро)	47
3.3. Изгибаемые элементы с полкой в растянутой зоне (граница сжатой зоны – в узкой части сечения).....	53
3.4. Изгибаемый элемент таврового сечения с двойной рабочей арматурой.....	55
3.5. Консольные балки и однопролетные балки с шарнирными опорами таврового сечения.....	58
5. Варианты задач для индивидуальных заданий	63
Библиографический список	68
Приложения	69

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания составлены на основании программы дисциплины «Железобетонные и каменные конструкции» для обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 «Строительство».

При расчетах необходимо пользоваться действующим сводом правил СП 63.13330.2012 «Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003».

Основные справочные материалы из свода правил помещены в приложениях.

Приводятся задачи расчета прочности изгибаемых элементов прямоугольного сечения с одиночной и двойной арматурой и таврового сечения с полкой в сжатой зоны (граница сжатой зоны - в полке и пересекает ребро) и в растянутой зоне. Приводится задача расчета прочности элемента таврового сечения с двойной арматурой. Кроме того, приведены варианты для индивидуальных заданий.

Железобетонные изгибаемые элементы достаточно часто встречаются при проектировании строительных конструкций.

Это – балки покрытий, ригели перекрытий, контурные конструкции большепролетных сооружений, плиты сборных перекрытий и элементы монолитных перекрытий.

1. МЕТОД РАСЧЕТА ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО ПРЕДЕЛЬНЫМ СОСТОЯНИЯМ

1.1. Три стадии напряженно-деформированного состояния сечений железобетонных элементов под нагрузкой и характер разрушения при изгибе

Экспериментальные исследования позволили выделить три характерных стадии напряженно-деформированного состояния сечений от начала нагружения до разрушения элемента (рис. 1). Рассмотрим их на примере работы железобетонной балки, армированной сталью с физической площадкой текучести при нагружении ее статической нагрузкой от начала ее приложения до разрушения.

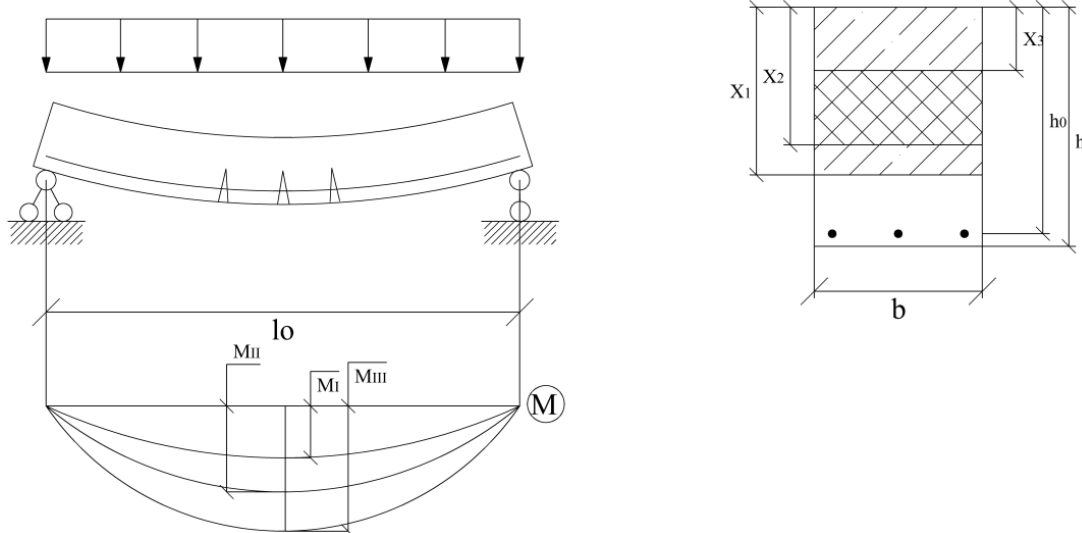


Рис. 1. Шарнирно опертая балка, нагруженная равномерно распределенной нагрузкой

При постепенном увеличении нагрузки можно наблюдать три характерные стадии напряженно-деформированного состояния (рис. 2):

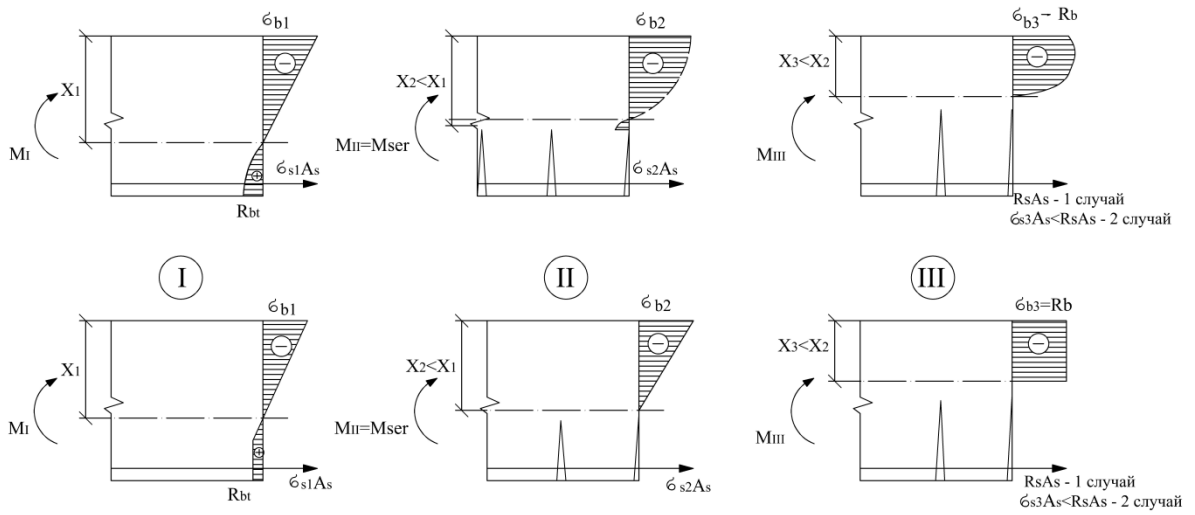


Рис. 2. Стадии НДС изгибаемых элементов

Стадия I. При небольшой нагрузке ($q \approx 10-15\%$ от разрушающей), бетон и арматура работают совместно по всей длине балки. Эпюра напряжений - двузначная: в сжатой зоне – близкая к треугольной, в растянутой зоне по мере приближения $\sigma_{bt} \rightarrow R_{bt}$ эпюра трапецевидная с напряжениями R_{bt} . Нейтральная ось в силу влияния в растянутой зоне арматуры и развития неупругих деформаций смещается вниз по отношению к центру тяжести бетонного сечения.

Эта стадия положена в основу расчета конструкций по образованию трещин. Эпюра напряжений принимается трапецевидной с максимальными напряжениями $R_{bt,ser}$, а деформации $\varepsilon_{bt} = \varepsilon_{bt,u}$.

Стадия II. Переход сечения в эту стадию происходит после образования трещин, нормальных к продольной оси, в результате чего происходит выключение из работы растянутого бетона. Все растягивающее усилие воспринимает арматура, что вызывает увеличение деформаций растянутой зоны и смещение нейтральной оси вверх. В интервалах между трещинами в растянутой зоне сцепление арматуры с бетоном сохраняется, и по мере удаления от краев трещин растягивающие напряжения в бетоне увеличиваются, а в арматуре уменьшаются.

Эта стадия ($q \approx 60...70\%$ от разрушающей) соответствует эксплуатационному состоянию и **принята в основу расчета железобетонных конструкций по деформациям и ширине раскрытия трещин.**

Стадия III. С увеличением нагрузки стадия II переходит в стадию разрушения III. С ростом нагрузки q увеличиваются напряжения и деформации в растянутой арматуре, а высота сжатой зоны продолжает уменьшаться ($X_3 < X_2$), в сжатой зоне эпюра напряжений искривляется, напряжения бетона возрастают. С дальнейшим увеличением нагрузки напряжения в стержневой арматуре достигают физического (условного) предела текучести; напряжения в бетоне сжатой зоны под влиянием нарастающего прогиба элемента и сокращения высоты сжатой зоны также достигают значений расчетного сопротивления бетона сжатию. Разрушение железобетонного элемента начинается с арматуры растянутой зоны и заканчивается раздроблением бетона сжатой зоны. Такое разрушение носит пластический характер, его называют случаем 1. Если элемент в растянутой зоне армирован высокопрочной проволокой с малым относительным удлинением при разрыве (около 4%), то одновременно с разрывом проволоки происходит раздробление бетона сжатой зоны. Разрушение носит хрупкий характер, его также откосят к случаю 1.

В элементах с избыточным содержанием растянутой арматуры (переармированных) разрушение происходит по бетону сжатой зоны. Стадия II переходит в стадию III внезапно. Разрушение переармированных сечений всегда носит хрупкий характер при неполном использовании растянутой арматуры - его называют случаем 2.

1.2. Расчет по методу предельных состояний

Предпосылки:

1) Вводится понятие предельного состояния и устанавливаются две группы предельных состояний: **первая** – по полной непригодности к эксплуатации вследствие потери несущей способности, устойчивости,

выносливости; **вторая** – по непригодности к нормальной эксплуатации вследствие образования или чрезмерного раскрытия трещин, появления недопустимых деформаций и др.

2) Расчет прочности сечений выполняется по III стадии НДС (разрушение), эпюра напряжений в бетоне сжатой зоны - прямоугольная.

3) Расчет по пригодности к нормальной эксплуатации выполняется исходя из I или II стадии НДС в сечениях конструкции.

4) Вместо общего коэффициента запаса принята система расчетных коэффициентов надежности по нагрузке, по материалам и условиям работы.

Предельным называется состояние, при котором конструкция разрушается или перестает удовлетворять требованиям нормальной эксплуатации. Задача расчета состоит в том, чтобы не допустить за весь период эксплуатации конструкции возникновение любого предельного состояния.

Расчет по *первой группе предельных состояний* выполняется для предотвращения:

- а) разрушения конструкции,
- б) потери устойчивости формы или положения,
- в) усталостного разрушения (расчет на выносливость),
- г) разрушения при совместном действии силовых факторов и окружающей среды.

Расчет по *второй группе предельных состояний* выполняется для предотвращения

- а) развития недопустимых деформаций (прогибов и углов поворота),
- б) образования или чрезмерного раскрытия трещин.

Расчет по предельным состояниям выполняется во всех стадиях существования конструкции: изготовления, транспортировки, монтажа и эксплуатации.

Появление предельного состояния конструкции зависит от целого ряда факторов: прочностных характеристик материалов, условий работы. Все эти факторы обладают изменчивостью в определенных пределах.

1.3. Основные положения расчета

Предельные состояния I группы. Расчет железобетонных элементов на прочность производится в виде расчета прочности сечений, нормальных к продольной оси элемента, наклонных и пространственных. Прочность сечения считается обеспеченной, если соблюдается расчетные условия прочности:

$$F \leq F_u,$$

F – расчетные усилия, равные максимальному усилию в сечении элемента при невыгоднейшей комбинации расчетных нагрузок или воздействий;

$$F = F(g_n; \vartheta_n; \gamma_f; \gamma_n; \psi; C),$$

где g_n — нормативное значение постоянной нагрузки,

ϑ_n — нормативное значение временной нагрузки,

γ_f - коэффициент надежности по нагрузке, учитывающий возможность отклонения нагрузки от своего нормативного значения в неблагоприятную сторону,

γ_n — коэффициент надежности по ответственности,

ψ — коэффициент сочетаний нагрузок: коэффициент, учитывающий уменьшение вероятности одновременного достижения несколькими нагрузками их расчетных значений,

C – учитывает влияние расчетной схемы, коэффициента динамичности и т.п.

F_u - внутреннее предельное усилие в том же сечении, равные

$$F_u = F(S, R_{bn}, R_{bt,n}, R_{sn}, \gamma_b, \gamma_{bt}, \gamma_s, \gamma_{bi}, \gamma_{si}),$$

где S – функция формы и размеров сечения,

R_{bn} - нормативное сопротивление бетона осевому сжатию,

$R_{bt,n}$ — нормативное сопротивление бетона осевому растяжению,

R_{sn} — нормативное значение сопротивления арматуры растяжению,
 γ_b — коэффициент надежности по бетону при сжатии,
 γ_{bt} — коэффициент надежности по бетону при растяжении,
 γ_s — коэффициент надежности по арматуре,
 γ_{bi} — коэффициент условий работы, учитывающий особенности работы бетона в конструкции (характер нагрузки, условия окружающей среды и т.д.),
 γ_{si} — коэффициенты условий работы, учитывающие особенности работы арматуры в конструкции.

Величина F находится из статического (динамического) расчета конструкции (усилие в сечении определяется от внешней нагрузки, действующей по одну сторону от рассматриваемого сечения – нормального, наклонного или пространственного).

Прочность элемента F_u определяется максимальной величиной усилия, воспринимаемого сечением (M, N, Q, T). В сечениях железобетонных элементов действуют усилия в бетоне и арматуре. В зависимости от характера воздействия сечения могут иметь сжатую и растянутую зоны, быть полностью сжатыми или растянутыми. Таким образом, общее усилие в сечении железобетонного элемента определяется силами, действующими в бетоне и арматуре сжатой и растянутых зон. Эти материалы имеют различные деформативные и прочностные характеристики, определяемые диаграммами $\sigma_i - \varepsilon_i$, $i = b, s$, а соотношение между количеством арматуры и размерами сечения может быть различным. В силу этого к предельному состоянию сжатый бетон, растянутая и сжатая арматура приходят не одновременно.

Предельное состояние по сечению в целом наступит тогда, когда один из компонентов (сжатый бетон или растянутая арматура) первым достигает своего предельного состояния.

Расчет сечения производится из уравнений равновесия внутренних и внешних сил, действующих в сечении в его предельном состоянии.

Предельные состояния II группы.

Расчет по образованию трещин нормальных или наклонных к продольной оси элемента производят для проверки трещиностойкости конструкций, в которых по условиям эксплуатации не допускается образование трещин или допускается образование и ограниченное раскрытие трещин.

Трещины, нормальные к продольной оси элемента не образуются, если усилия от внешних нагрузок не превышают усилия трещинообразования:

$$N \leq N_{crc} \text{ (усилия действуют по оси элемента)}, M \leq M_{crc} \text{ (изгиб)};$$

здесь N и M – расчетные усилия при $\gamma_f > 1$ - если трещины недопустимы;

$\gamma_f = 1$ - при допущении трещин,

N_{crc}, M_{crc} — усилия, воспринимаемые сечением при образовании трещин.

Расчет по раскрытию трещин, нормальных к продольной оси элемента, имеет целью определить ширину раскрытия трещин a_{crc} на уровне центра тяжести растянутой арматуры и сравнить ее с предельной шириной $a_{crc,ult}$ для данных условий эксплуатации

$$a_{crc} \leq a_{crc,ult}.$$

Расчет железобетонных элементов по деформациям производят из условия, по которому прогибы или перемещения конструкций f от действия внешней нагрузки не должны превышать предельно допустимых значений прогибов или перемещений f_{ult} :

$$f \leq f_{ult},$$

где f_{ult} - предельный прогиб, определяемый из технологических, конструктивных, эстетико-психологических требований.

2. ИЗГИБАЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

2.1. Железобетонные элементы прямоугольного сечения с одиночной рабочей арматурой

Рассмотрим схему усилий в изгибаемом элементе прямоугольного сечения шириной b и высотой h с одиночным армированием с площадью арматуры A_s ,

центр тяжести которой находится на расстоянии a от нижней грани (арматура по расчету только в растянутой зоне).

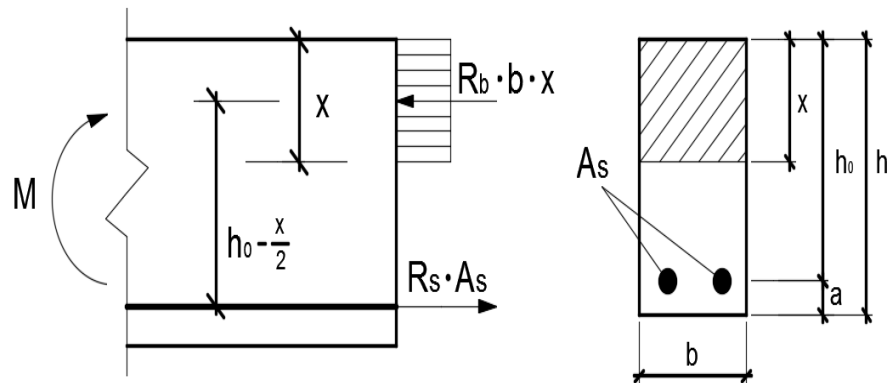


Рис. 3. Схема усилий в изгибаемом элементе прямоугольного сечения с одиночной арматурой

В расчетах используется рабочая высота сечения, т.е. расстояние от центра тяжести арматуры до сжатой грани сечения, равное $h_0 = h - a$.

Высота сжатой зоны бетона обозначается x .

Рассмотрим условия равновесия внешних и внутренних усилий:

1. Уравнение равновесия всех сил в сечении из условия равенства нулю суммы проекций всех усилий на продольную ось:

$$\sum x = 0 : \quad R_s \cdot A_s = R_b \cdot b \cdot x$$

2. Предельный момент внутренних сил относительно центр тяжести растянутой арматуры:

$$\sum M = 0:$$

$$M - R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 0;$$

$$M = R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right);$$

$$x = \xi \cdot h_0;$$

$$M = R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0 \cdot \left(h_0 - \frac{\xi \cdot h_0}{2} \right);$$

$$M = R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right);$$

α_m – безразмерный параметр из условия равновесия:

$$\alpha_m = \frac{M}{R_b \cdot b \cdot h_0^2}; \quad \alpha_m = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right),$$

отсюда решая квадратное уравнение, получаем:

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}, \quad x = \xi \cdot h_0.$$

Из первого условия равновесия:

$$A_s = \frac{R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s},$$

это справедливо, если $\xi \leq \xi_R$,

где ξ_R – граничная относительная высота сжатой зоны, при которой одновременно достигаются в арматуре предел текучести R_s , а в сжатом бетоне – предел прочности R_b :

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}};$$

$\varepsilon_{s,el}$ – относительная деформация арматуры растянутой зоны, вызванная внешней нагрузкой при достижении в этой арматуре напряжения, равного R_s ;

$\varepsilon_{b2} = 0,0035$ – относительная деформация сжатого бетона при напряжениях, равных R_b .

Теперь составим сумму моментов относительно центра тяжести сжатой зоны бетона:

$$M = R_s \cdot A_s \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right),$$

отсюда площадь сечения продольной рабочей арматуры

$$A_s = \frac{M}{R_s \cdot h_0 \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2}\right)}, \quad \text{или} \quad A_s = \frac{M}{R_s \cdot h_0 \cdot \zeta}, \quad \zeta = 1 - \frac{\xi}{2}.$$

При расчетах R_b принимается с соответствующим коэффициентом условий работы бетона γ_{bi} .

При необходимости определения размеров сечения и площади арматуры A_s при известных изгибающем моменте M и материалах (R_b , R_s) поступают следующим образом.

Значение момента M_{ult} может быть получено при различных величинах h_0 и A_s ; с увеличением h_0 следует уменьшить A_s и наоборот. Оптимальное соотношение h_0 и A_s находится из условия минимума стоимости элемента, которое достигается при $\xi \approx 0,35$, тогда из условия

$$x = \frac{R_s A_s}{R_b b}, \quad \text{т.е.} \quad \xi = \frac{R_s A_s}{R_b b h_0} = \mu \frac{R_s}{R_b}$$

при $\xi = 0,35$ можно найти $\mu_{opt} = 1 \dots 2\%$; далее из условия $\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0,5\xi)$ находим $\alpha_m = 0,35 \cdot (1 - 0,5 \cdot 0,35) = 0,289$ и по формуле, полученной из условия

$$M_{ult} = \alpha_m R_b b h_0^2$$

$$\text{находим: } h_0 = \sqrt{\frac{M}{\alpha_m R_b b}}.$$

Последовательными приближениями, задаваясь b , вычисляют h_0 , при этом должно быть $b/h = 0,3 \dots 0,4$; $h = h_0 + a$ и округляют h до значения, кратного 5 см; далее – аналогично задаче определения площади сечения продольной арматуры.

При необходимости проверки несущей способности изгибаемого элемента (известны M , b , h , R_b , R_s , A_s , a) решение задачи ведется по следующему алгоритму.

Вычисляем $h_o = h - a$; по формуле $\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$ находим ξ_R , далее по формуле

$\alpha_R = \xi_R(1 - 0,5\xi_R)$. Из выражения $R_b b \xi h_o = R_s A_s$ находят ξ , и если $\xi \leq \xi_R$, то далее вычисляем $\alpha_m = \xi \cdot (1 - 0,5\xi)$ или $\zeta = (1 - 0,5\xi)$, находим M_{ult} по формуле $M_{ult} = \alpha_m R_b b h_o^2$ или $M_{ult} = R_s A_s \zeta h_o$ и проверяем условие $M \leq M_{ult}$.

Прочность сечения обеспечена, если соблюдается условие $M \leq M_{ult}$.

Прочность сечения не обеспечена, если $M > M_{ult}$.

Если $\xi > \xi_R$, то $M_{ult} = \alpha_R R_b b h_o^2$.

Задача №1

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в изгибаемом элементе (балке) прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту 4 стержня (прил. 10) при следующих исходных данных:

$b = 25$ см, $h = 50$ см; $a = 5$ см; $\gamma_{bl} = 0,9$ (коэффициент условия работы бетона); $M = 100$ кН·м = 10000 кН·см; бетон В25 $R_b = 14,5$ МПа = 1,45 кН/см² (прил. 2); арматура А500С $R_s = 435$ МПа = 43,5 кН/см² (прил. 5).

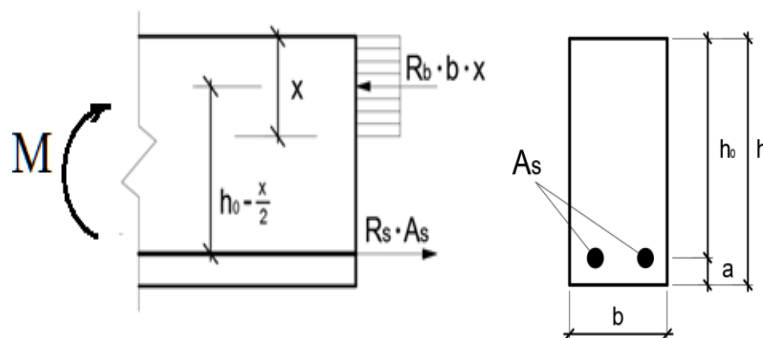


Рис. 4. Схема усилий и армирование

Условия равновесия:

$$1. \sum x = 0 : \quad R_s \cdot A_s = R_b \cdot b \cdot x$$

$$2. \sum M = 0 : \quad M = R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_o - \frac{x}{2} \right)$$

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}; \quad \varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{435}{2,0 \cdot 10^5} = 0,002175 [1]$$

$$\varepsilon_{b2} = 0,0035 [1],$$

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{0,002175}{0,0035}} = 0,493.$$

2. Определяем α_m :

$$h_0 = h - a = 50 - 5 = 45 \text{ см},$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{10000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 25 \cdot 45^2} = 0,1514$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,1514} = 0,165.$$

Т.к. $\xi < \xi_R$, можно определять площадь рабочей арматуры, если $\xi > \xi_R$, следует повысить класс бетона, или запроектировать рабочую арматуру в сжатой зоне.

4. Определяем площадь арматуры ($R_s = 43,5 \text{ кН/см}^2$):

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 25 \cdot 0,165 \cdot 45}{43,5} = 5,57 \text{ см}^2.$$

5. По сортаменту (прил. 10) принимаем продольную арматуру 4 $\emptyset 14$ А500С с площадью сечения $A_{s,ef} = 6,16 \text{ см}^2$.

6. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{6,16 \cdot 100}{25 \cdot 45} = 0,55\% > 0,1\%,$$

где 0,1% — минимальный процент армирования изгибаемых элементов (п.10.3.6 [1]).

7. Проверяем прочность сечения из первого условия равновесия:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot 6,16}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 25} = 8,21 \text{ см}.$$

Из второго условия равновесия:

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,45 \cdot 25 \cdot 8,21 \cdot \left(45 - \frac{8,21}{2} \right) = 10953,8 \text{ кН} \cdot \text{см} = 109,5 \text{ кН} \cdot \text{м} > 100 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

Можно определить предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением, из условия равновесия $\sum M = 0$, составив его относительно центра тяжести сжатой зоны бетона:

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 43,5 \cdot 6,16 \cdot \left(45 - \frac{8,21}{2} \right) =$$

$$= 10958,2 \text{ кН} \cdot \text{см} = 109,6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

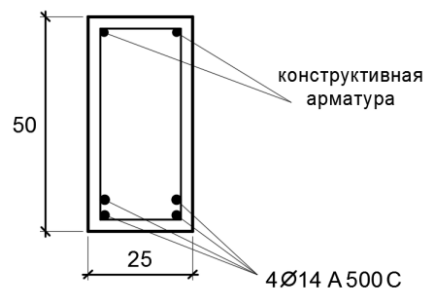


Рис.5. Схема армирования к задаче №1

Задача №2

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил.10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b = 20 \text{ см}$, $h = 40 \text{ см}$; $a = 5 \text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$ (коэффициент условия работы бетона); $M = 90 \text{ кН} \cdot \text{м} = 9000 \text{ кН} \cdot \text{см}$; класс бетона В25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура А500С $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$ (прил. 5).

Схема усилий приведена на рис.4.

1. $\xi_R = 0,493$ (из задачи №1).

2. Определяем α_m :

$$h_0 = h - a = 40 - 5 = 35 \text{ см},$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{9000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 35^2} = 0,282.$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,282} = 0,3397 = 0,34.$$

$$\xi < \xi_R.$$

4. Определяем площадь арматуры A_s :

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,34 \cdot 35}{43,5} = 7,14 \text{ см}^2.$$

5. Принимаем по сортаменту продольную арматуру 4Ø 16 А500С с площадью сечения $A_{s,ef} = 8,04 \text{ см}^2$.

6. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{8,04 \cdot 100}{20 \cdot 35} = 1,15\% > 0,1\%.$$

7. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot 8,04}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20} = 13,4 \text{ см},$$

$$\begin{aligned} M_{ult} &= \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = \\ &= 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 13,4 \cdot \left(35 - \frac{13,4}{2} \right) = 9897,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = 99 \text{ кН} \cdot \text{м} > 90 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

$$\begin{aligned} M_{ult} &= R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 43,5 \cdot 8,04 \cdot \left(35 - \frac{13,4}{2} \right) = 9897,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = \\ &= 99 \text{ кН} \cdot \text{м} > 90 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

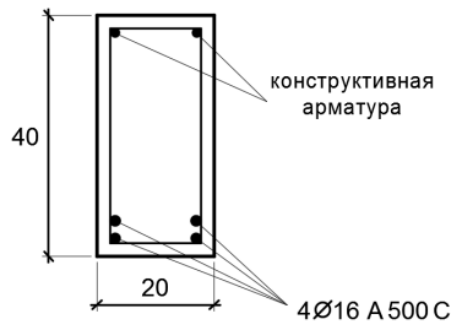


Рис. 6. Схема армирования к задаче №2

Задача №3

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил.10) 2 стержня при следующих исходных данных:

$b = 20$ см, $h = 40$ см; $a = 4$ см; $\gamma_{b1} = 1,0$, $M = 75$ кН·м = 7500 кН·см; класс бетона В20 $R_b = 11,5$ МПа = 1,15 кН/см²; арматура класса А400 $R_s = 350$ МПа = 35,0 кН/см² (прил.5).

Схема усилий приведена на рис.4.

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}; \varepsilon_{s,el} = \frac{R_s}{E_s} = \frac{350}{2,0 \cdot 10^5} = 0,00175$$

$$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{0,00175}{0,0035}} = 0,533$$

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 40 - 4 = 36 \text{ см,}$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{7500}{1,0 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 36^2} = 0,252$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,252} = 0,296.$$

$$\xi < \xi_R \quad (0,296 < 0,533)$$

4. Определяем площадь арматуры A_s :

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{1,0 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 0,296 \cdot 36}{35} = 7,0 \text{ см}^2.$$

5. Принимаем по сортаменту продольную арматуру 2Ø 22А400 с площадью сечения $A_{s,ef} = 7,6 \text{ см}^2$

6. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{7,6 \cdot 100}{20 \cdot 36} = 1,06\% > 0,1\%$$

7. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{35 \cdot 7,6}{1,0 \cdot 1,15 \cdot 20} = 11,56 \text{ см.}$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 1,0 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 11,56 \cdot \left(36 - \frac{11,56}{2} \right) = 8034,9 \text{ кН} \cdot \text{см} = 80,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > 75 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Прочность сечения обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 35 \cdot 7,6 \cdot \left(36 - \frac{11,56}{2} \right) = 8038,5 \text{ кН} \cdot \text{см} = 80,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > 75 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Прочность сечения обеспечена.

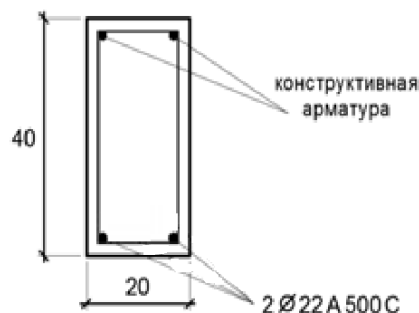


Рис. 7. Схема армирования к задаче №3

Задача №4

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил.10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b = 25$ см, $h = 45$ см; $a = 6$ см; $\gamma_{b1} = 0,9$; $M = 175$ кН·м = 17500 кН·см; класс бетона В25 $R_b = 14,5$ МПа = 1,45 кН/см² (прил.2), арматура А500С $R_s = 435$ МПа = 43,5 кН/см² (прил.5).

Схема усилий приведена на рис.4.

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны $\xi_R = 0,493$ (из задачи №1).

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 45 - 6 = 39 \text{ см,}$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{17500}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 25 \cdot 39^2} = 0,353$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,353} = 0,458 \quad \xi < \xi_R \quad (0,458 < 0,493).$$

4. Определяем площадь арматуры A_s :

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 25 \cdot 0,458 \cdot 39}{43,5} = 13,4 \text{ см}^2.$$

5. Принимаем по сортаменту продольную арматуру:

$$2 \text{ } \emptyset 20 \text{ А500С, } A_s = 6,28 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 22 \text{ А500С, } A_s = 7,6 \text{ см}^2$$

$$\text{с общей площадью } A_{s,ef} = 6,28 + 7,6 = 13,88 \text{ см}^2$$

6. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{13,88 \cdot 100}{25 \cdot 39} = 1,42\% > 0,1\%.$$

7. Проверяем прочность сечения (см. задачу №1):

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot 13,88}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 25} = 18,51 \text{ см.}$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,45 \cdot 25 \cdot 18,51 \cdot \left(39 - \frac{18,51}{2} \right) = 17962,7 \text{ кН} \cdot \text{см} = 179,6 \text{ кН} \cdot \text{м} > 175 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 43,5 \cdot 13,88 \cdot \left(39 - \frac{18,51}{2} \right) = 17959,4 \text{ кН} \cdot \text{см} = 179,6 \text{ кН} \cdot \text{м} > 175 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

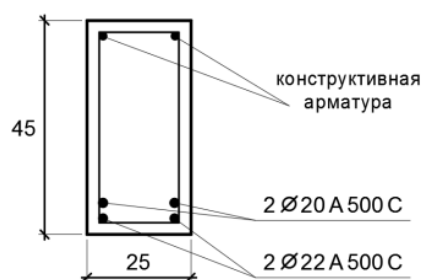


Рис. 8. Схема армирования к задаче №4

Задача №5

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил.10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b = 20 \text{ см}$, $h = 40 \text{ см}$; $a = 5 \text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 90 \text{ кН} \cdot \text{м} = 9000 \text{ кН} \cdot \text{см}$; класс бетона В20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура класса А400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$ (прил.5).

Схему усилий и условия равновесия см. задачу №1.

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны:

$$\xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3)}$$

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 40 - 5 = 35 \text{ см},$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{9000}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 35^2} = 0,35$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,35} = 0,452,$$

$$\xi < \xi_R$$

4. Определяем площадь арматуры A_s :

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 0,452 \cdot 35}{35} = 9,36 \text{ см}^2.$$

5. Принимаем по сортаменту продольную арматуру 4Ø 18А400 с площадью сечения $A_{s,ef} = 10,18 \text{ см}^2$.

6. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{10,18 \cdot 100}{20 \cdot 35} = 1,45\% > 0,1\%.$$

7. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{35 \cdot 10,18}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20} = 17,2 \text{ см},$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 17,2 \cdot \left(35 - \frac{17,2}{2} \right) = 9399,46 \text{ кН} \cdot \text{см} = 94 \text{ кН} \cdot \text{м} > 90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 35 \cdot 10,18 \cdot \left(35 - \frac{17,2}{2} \right) = 9404,3 \text{ кН} \cdot \text{см} =$$

$$= 94 \text{ кН} \cdot \text{м} > 90 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

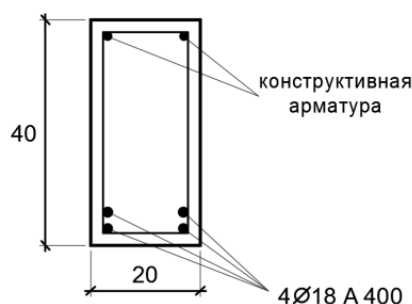


Рис. 9. Схема армирования к задаче №5

Задача №6

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил.10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b = 30$ см, $h = 60$ см; $a = 6$ см; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 180$ кН·м = 18000 кН·см; класс бетона В15 $R_b = 8,5$ МПа = 0,85 кН/см² (прил.2); арматура класса А400 $R_s = 350$ МПа = 35,0 кН/см² (прил.5).

Схему усилий и условия равновесия см. задачу №1.

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны:

$$\xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3)}$$

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 60 - 6 = 54 \text{ см,}$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{18000}{0,9 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot 54^2} = 0,269$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,269} = 0,32,$$

$$\xi < \xi_R$$

4. Определяем площадь арматуры A_s :

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot 0,32 \cdot 54}{35} = 11,34 \text{ см}^2.$$

5. Принимаем по сортаменту продольную арматуру

$$2 \text{ } \emptyset 18 \text{ А400, } A_s = 5,09 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 20 \text{ А400, } A_s = 6,28 \text{ см}^2$$

с площадью сечения $A_{s,ef} = 5,09 + 6,28 = 11,37 \text{ см}^2$.

6. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{11,37 \cdot 100}{30 \cdot 54} = 0,7\% > 0,1\%.$$

7. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{35 \cdot 11,37}{0,9 \cdot 0,85 \cdot 30} = 17,34 \text{ см},$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot 17,34 \cdot \left(54 - \frac{17,34}{2} \right) = 18039,2 \text{ кН} \cdot \text{см} = 180,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > 180 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 35 \cdot 11,37 \cdot \left(54 - \frac{17,34}{2} \right) = 18039,4 \text{ кН} \cdot \text{см} =$$

$$= 180,4 \text{ кН} \cdot \text{м} > 180 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность сечения обеспечена.

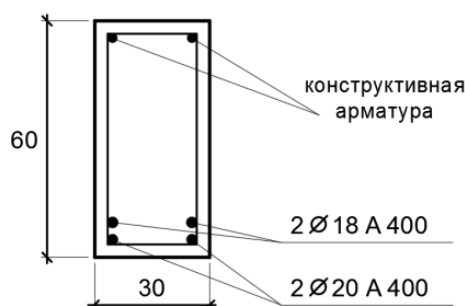


Рис. 10. Схема армирования к задаче №6

2.2. Изгибаемые элементы прямоугольного сечения с двойной рабочей арматурой

Если при расчете изгибаемого элемента прямоугольного сечения с размерами $b \times h$ получилось $\xi > \xi_R$, кроме увеличения сечения и повышения класса бетона, можно поставить рабочую арматуру в сжатой зоне. Сечения с двойной арматурой не экономичны по расходу стали, т.к. увеличивается расход продольной арматуры и требуется установка поперечных стержней с шагом $s \leq 15d$, где d — диаметр сжатой арматуры. Поэтому сжатую рабочую арматуру в изгибаемых элементах ставят только в тех случаях, когда нельзя изменить размеры сечения и класс бетона.

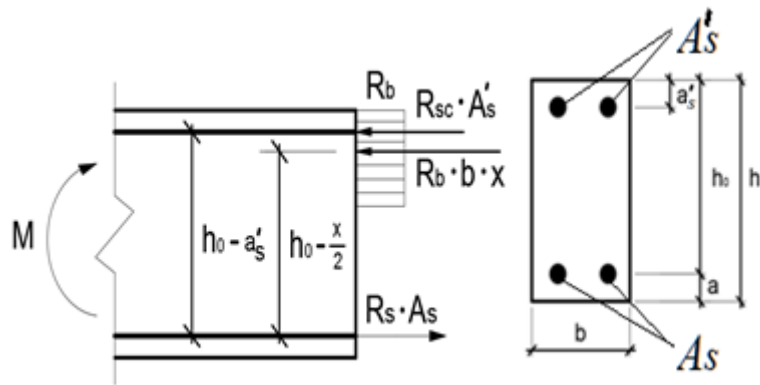


Рис.11. Схема усилий в изгибаемом элементе прямоугольного сечения с двойной рабочей арматурой

Условия равновесия:

1. Сумма моментов всех сил относительно центра тяжести растянутой арматуры равно 0 :

$$\sum x = 0, \quad x = \xi \cdot h_0.$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) =$$

$$R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0 \cdot \left(h_0 - \frac{\xi \cdot h_0}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) =$$

$$R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s) =$$

$$R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_m + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s),$$

где $\alpha_m = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right),$

A'_s — площадь сжатой рабочей арматуры

a'_s — расстояние от сжатой грани до центра тяжести сжатой арматуры.

2. Сумма проекций всех сил на ось x равна 0:

$$-R_b \cdot b \cdot x - R_{sc} \cdot A'_s + R_s \cdot A_s = 0;$$

$$R_s \cdot A_s = R_b \cdot b \cdot x + R_{sc} \cdot A'_s.$$

Исследования показывают, что сечение будет наиболее экономичным, если на бетон передается максимально возможное сжимающее усилие. Это будет в том случае, когда $\xi = \xi_R$ и $\alpha_m = \alpha_R$

Условие равновесия примет вид:

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_R + R_{sc} \cdot A'_s \cdot (h_0 - a'_s),$$

отсюда площадь сжатой рабочей арматуры

$$A'_s = \frac{M_{ult} - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_R}{R_{sc} \cdot (h_0 - a'_s)}$$

Из второго условия равновесия при $x = \xi_R \cdot h_0$ получаем площадь растянутой рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi_R \cdot h_0 + R_{sc} \cdot A'_s}{R_s},$$

для арматуры классов А240, А400, А500, В500 и Вр500 $R_s = R_{sc}$, поэтому

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi_R \cdot h_0}{R_s} + A'_s.$$

Эти формулы справедливы при $x \geq 1,1a'$.

Задача № 7

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s и A'_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил.10) 4 стержня в растянутой зоне и 2 стержня в сжатой зоне при следующих исходных данных:

$b = 20$ см, $h = 40$ см; $a = 5$ см; $\gamma_{b1} = 0,9$, $a' = 3$ см, $M = 130$ кН·м = 13000 кН·см; класс бетона В25 $R_b = 14,5$ МПа = 1,45 кН/см² (прил.2); арматура класса А500С $R_s = 435$ МПа = 43,5 кН/см² (прил.5).

Схему усилий см. рис.11.

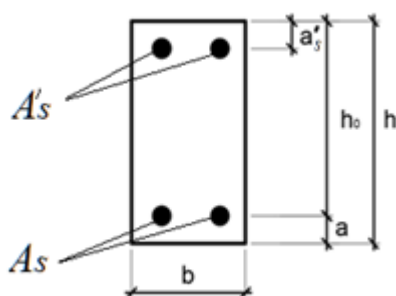


Рис. 12. Схема армирования к задаче №7

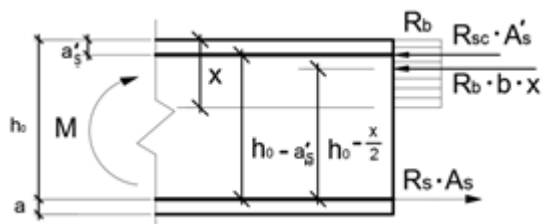


Рис. 13. Схема усилий к задаче №7

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}$$

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 40 - 5 = 35 \text{ см,}$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{13000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 35^2} = 0,407$$

3. Определяем относительную высоту сжатой зоны ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8):

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,407} = 0,569,$$

$$\xi > \xi_R,$$

следовательно, необходима установка рабочей арматуры в сжатой зоне, т.к. размеры сечения и класс бетона даны в условии задачи.

При расчете считаем, что высота сжатой зоны равна граничной $x = x_R = \xi_R \cdot h_0$

4. Определяем площадь сечения сжатой рабочей арматуры A_s' :

$$A_s' = \frac{M - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_R}{R_{sc} \cdot (h_0 - a_s')} = \frac{13000 - 0,372 \cdot 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 35^2}{43,5 \cdot (35 - 3)} = 0,795 \text{ см}^2$$

R_{sc} – расчетное сопротивление арматуры сжатию (прил. 5)

$$R_{sc} = 43,5 \text{ кН/см}^2$$

$$\alpha_R = \xi_R \cdot \left(1 - \frac{\xi_R}{2}\right) = 0,493 \cdot \left(1 - \frac{0,493}{2}\right) = 0,372 \text{ (прил. 8)}$$

5. Определяем площадь сечения растянутой рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi_R \cdot h_0}{R_s} + A'_s = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,493 \cdot 35}{43,5} + 0,795 = 11,15 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту принимаем продольную арматуру:

$$2 \text{ } \emptyset 20 \text{ A500C, } A_s = 6,28 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 18 \text{ A500C, } A_s = 5,09 \text{ см}^2$$

$$A_{s,ef} = 6,28 + 5,09 = 11,37 \text{ см}^2$$

- сжатая арматура

$$2 \text{ } \emptyset 10 \text{ A500C, } A_{s,ef} = 1,57 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{11,37 \cdot 100}{20 \cdot 35} = 1,62\% > 0,1\%.$$

8. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef} - R_{sc} \cdot A'_s}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot (11,37 - 1,57)}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20} = 16,33 \text{ см,}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{16,33}{35} = 0,467 < \xi_R = 0,493,$$

$$\begin{aligned} M_{ult} &= \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2}\right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot (h_0 - a'_s) = \\ &= 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 16,33 \cdot \left(35 - \frac{16,33}{2}\right) + 43,5 \cdot 1,57 \cdot (35 - 3) = \\ &= 13622,87 \text{ кН} \cdot \text{см} = 136,2 \text{ кН} \cdot \text{м} > 130 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

Можно проверить прочность сечения исходя из условия равновесия: сумма моментов относительно центра сжатой зоны бетона равна нулю:

$$\sum M = 0:$$

$$\begin{aligned} M_{ult} &= R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot \left(\frac{x}{2} - a'_s \right) = \\ &= 43,5 \cdot 11,37 \cdot \left(35 - \frac{16,33}{2} \right) + 43,5 \cdot 1,57 \cdot \left(\frac{16,33}{2} - 3 \right) = \\ &= 13625,19 \text{ кН} \cdot \text{см} = 136,2 \text{ кН} \cdot \text{м} > 130 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

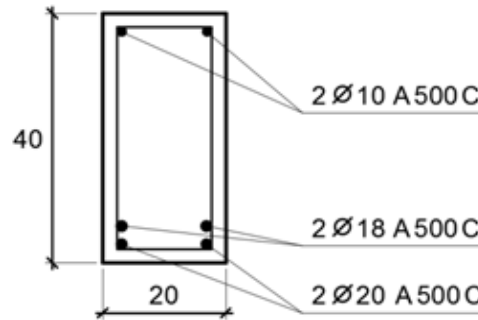


Рис. 14. Схема армирования к задаче №7

Задача №8

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s и A'_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня в растянутой зоне и 2 стержня в сжатой зоне при следующих исходных данных:

$b = 15 \text{ см}$, $h = 30 \text{ см}$; $a = a' = 4 \text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 60 \text{ кН} \cdot \text{м} = 6000 \text{ кН} \cdot \text{см}$; класс бетона В25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура класса А500С $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$ (прил.5).

Схему усилий см. рис.11.

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}, \alpha_R = 0,372 \text{ (см. задачу №7)}$$

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 30 - 4 = 26 \text{ см},$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{6000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 15 \cdot 26^2} = 0,453,$$

$\alpha_m > \alpha_R$, следовательно, необходимо установка рабочей арматуры в сжатой зоне, т.к. размеры сечения и класс бетона даны в условии задачи.

3. $\xi > \xi_R$, т.к. $\alpha_m > \alpha_R$

4. Определяем площадь сечения сжатой рабочей арматуры A'_s :

$$A'_s = \frac{M - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_R}{R_{sc} \cdot (h_0 - a'_s)} = \frac{6000 - 0,372 \cdot 0,9 \cdot 1,45 \cdot 15 \cdot 26^2}{43,5 \cdot (26 - 4)} = 1,13 \text{ см}^2$$

5. Определяем площадь сечения растянутой рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi_R \cdot h_0}{R_s} + A'_s = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 15 \cdot 0,493 \cdot 26}{43,5} + 1,13 = 6,9 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту принимаем продольную арматуру:

- растянутая арматура

2 \emptyset 14 A500C, $A_s=3,08 \text{ см}^2$

2 \emptyset 16A500C, $A_s=4,02 \text{ см}^2$

$A_{s,ef}=3,08+4,02 = 7,1 \text{ см}^2$

- сжатая арматура

2 \emptyset 10 A500C, $A_{s,ef}=1,57 \text{ см}^2$

7. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{7,1 \cdot 100}{15 \cdot 26} = 1,82\% > 0,1\%.$$

8. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef} - R_{sc} \cdot A'_s}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot (7,1 - 1,57)}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 15} = 12,29 \text{ см},$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{12,29}{26} = 0,472 < \xi_R = 0,493,$$

$$\begin{aligned}
 M_{ult} &= \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot (h_0 - a'_s) = \\
 &= 0,9 \cdot 1,45 \cdot 15 \cdot 12,29 \cdot \left(26 - \frac{12,29}{2} \right) + 43,5 \cdot 1,57 \cdot (26 - 4) = \\
 &= 6279,1 \text{ кН} \cdot \text{см} = 62,8 \text{ кН} \cdot \text{м} > 60 \text{ кН} \cdot \text{м}.
 \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

Можно проверить прочность сечения исходя из условия равновесия: сумма моментов относительно центра сжатой зоны бетона равна нулю:

$$\sum M = 0:$$

$$\begin{aligned}
 M_{ult} &= R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot \left(\frac{x}{2} - a'_s \right) = \\
 &= 43,5 \cdot 7,1 \cdot \left(26 - \frac{12,29}{2} \right) + 43,5 \cdot 1,57 \cdot \left(\frac{12,29}{2} - 4 \right) = \\
 &= 6279,1 \text{ кН} \cdot \text{см} = 62,8 \text{ кН} \cdot \text{м} > 60 \text{ кН} \cdot \text{м}
 \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

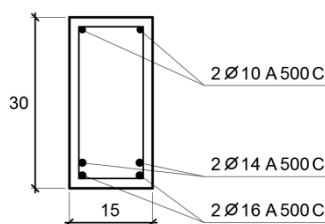


Рис.15. Схема армирования к задаче №8

Задача № 9

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s и A'_s в изгибаемом элементе прямоугольного сечения и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня в растянутой зоне и 2 стержня в сжатой зоне при следующих исходных данных:

$b = 20$ см, $h = 50$ см; $a = 6$ см; $a' = 3$ см $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 180$ кН·м = 18000 кН·см; класс бетона В20 $R_b = 11,5$ МПа = 1,15 кН/см² (прил.2); арматура класса А400 $R_s = 350$ МПа = 35,0 кН/см² (прил.5).

Схему усилий см. рис.11.

1. Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны:

$$\xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3),}$$

$$\alpha_R = \xi_R \cdot \left(1 - \frac{\xi_R}{2}\right) = 0,533 \cdot \left(1 - \frac{0,533}{2}\right) = 0,391$$

2. Определяем α_m ,

$$h_0 = h - a = 50 - 6 = 44 \text{ см,}$$

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{18000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 44^2} = 0,404,$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,404} = 0,562, \quad \xi > \xi_R, \text{ следовательно, необходима}$$

установка рабочей арматуры в сжатой зоне, т.к. размеры сечения и класс бетона даны в условии задачи.

4. Определяем площадь сечения сжатой рабочей арматуры A'_s . При расчете считаем, что высота сжатой зоны равна граничной $x = x_R = \xi_R \cdot h_0$

$$A'_s = \frac{M - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \alpha_R}{R_{sc} \cdot (h_0 - a'_s)} = \frac{18000 - 0,391 \cdot 0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 44^2}{35,0 \cdot (44 - 3)} = 0,41 \text{ см}^2$$

5. Определяем площадь сечения растянутой рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi_R \cdot h_0}{R_s} + A'_s = \frac{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 0,533 \cdot 44}{35,0} + 0,41 = 15,82 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту принимаем продольную арматуру:

- в растянутой зоне

$$2 \text{ } \emptyset 20 \text{ A400, } A_s = 6,28 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 25 \text{ A400, } A_s = 9,82 \text{ см}^2$$

$$A_{s,ef} = 6,28 + 9,82 = 16,1 \text{ см}^2$$

- в сжатой зоне

$$2 \text{ } \emptyset 10 \text{ A400, } A_{s,ef} = 1,57 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования:

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{16,1 \cdot 100}{20 \cdot 44} = 1,83\% > 0,1\%.$$

8. Проверяем прочность сечения:

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef} - R_{sc} \cdot A'_s}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{35,0 \cdot (16,1 - 1,57)}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20} = 22,11 \text{ см},$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{22,11}{44} = 0,502 < \xi_R = 0,533,$$

$$\begin{aligned} M_{ult} &= \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot (h_0 - a'_s) = \\ &= 0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 22,11 \cdot \left(44 - \frac{22,11}{2} \right) + 35,0 \cdot 1,57 \cdot (44 - 3) = \\ &= 19006,5 \text{ кН} \cdot \text{см} = 190 \text{ кН} \cdot \text{м} > 180 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

Можно проверить прочность сечения исходя из условия равновесия: сумма моментов относительно центра сжатой зоны бетона равна нулю:

$$\sum M = 0:$$

$$\begin{aligned} M_{ult} &= R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot \left(\frac{x}{2} - a'_s \right) = \\ &= 35,0 \cdot 16,1 \cdot \left(44 - \frac{22,11}{2} \right) + 35,0 \cdot 1,57 \cdot \left(\frac{22,11}{2} - 3 \right) = \\ &= 19007,1 \text{ кН} \cdot \text{см} = 190 \text{ кН} \cdot \text{м} > 180 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Прочность сечения обеспечена.

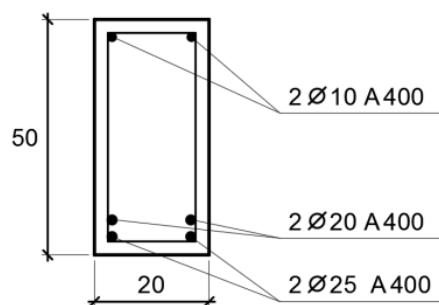


Рис. 16. Схема армирования к задаче №9

Задача № 10

Проверить прочность изгибаемого элемента (балки) прямоугольного сечения при следующих исходных данных:

$b = 30$ см, $h = 80$ см; $a = 7$ см; $a' = 3$ см $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 550$ кН·м = 55000 кН·см;
 класс бетона В25 $R_b = 14,5$ МПа = 1,45 кН/см² (прил.2); арматура класса А400
 $R_s = 350$ МПа = 35,0 кН/см² (прил.5), арматура 6Ø25 ($A_{s,ef} = 29,45$ см²)

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 80 - 7 = 73$ см

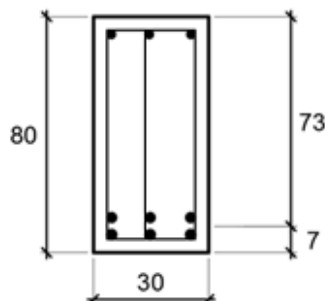


Рис. 17. Схема армирования к задаче №10

1. Определяем из условия равновесия $\sum X = 0$ высоту сжатой зоны x :

$$\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x = R_s \cdot A_s$$

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$$

По сортаменту прил. 10 определяем $A_{s,ef} = 29,45$ см²

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{35,0 \cdot 29,45}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 30} = 26,33 \text{ см}$$

2. Определяем относительную высоту сжатой зоны

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{26,33}{73} = 0,361 < \xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3)}$$

3. Определяем изгибающий момент M_{ult} , который может восприниматься сечением:

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,45 \cdot 30 \cdot 26,33 \cdot \left(73 - \frac{26,33}{2} \right) =$$

$$= 61679 \text{ кН·см} = 616,8 \text{ кН·м} > 550 \text{ кН·м}$$

Прочность обеспечена.

Можно определить изгибающий момент M_{ult} из условия равновесия, что сумма моментов всех сил относительно центра сжатой зоны бетона равна нулю:

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 35,0 \cdot 29,45 \cdot \left(73 - \frac{26,33}{2} \right) = 61679,9 \text{ кН}\cdot\text{см} = 616,8 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Прочность обеспечена.

Задача №11

Определить размеры сечения и подобрать рабочую арматуру в балке прямоугольного сечения пролетом 6 м при следующих исходных данных:

бетон В25 ($R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$); арматура А500С $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$; $M = 70 \text{ кН}\cdot\text{м} = 7000 \text{ кН}\cdot\text{см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$.

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}$$

Из опыта проектирования задаемся рекомендуемым значением относительной высотой сжатой зоны $\xi = 0,35$, шириной сечения и расстоянием от центра тяжести растянутой арматуры до растянутой грани сечения: $b=20 \text{ см}$, $a=5 \text{ см}$.

1. Определяем высоту сечения h .

$$\text{Из условия равновесия } M = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right),$$

заменяя x на $\xi \cdot h_0$, получим

$$M = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 \cdot \xi \left(1 - \frac{\xi}{2} \right),$$

$\alpha_m = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2} \right)$ и определим требуемую рабочую высоту сечения

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \alpha_m}} = \sqrt{\frac{7000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,289}} = 30,46 \text{ см,}$$

$$\alpha_m = \xi \cdot \left(1 - \frac{\xi}{2}\right) = 0,35 \cdot \left(1 - \frac{0,35}{2}\right) = 0,289$$

$$h = h_0 + a = 30,46 + 5 = 35,46 \text{ см}$$

По конструктивным требованиям $h = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right)l = \frac{600}{15} = 40 \text{ см}$

Принимаем $h = 40 \text{ см}$, $a = 5 \text{ см}$

$$h_0 = 40 - 5 = 35 \text{ см} > 30,46 \text{ см}$$

Требование расчета удовлетворяется.

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{7000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 35^2} = 0,219$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,219} = 0,25, \quad \xi < \xi_R$$

4. Определяем площадь сечения рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,25 \cdot 35}{43,5} = 5,25 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту (прил. 10) принимаем:

$$2 \text{ } \emptyset 12 \text{ A500C}, A_s = 2,26 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 14 \text{ A500C}, A_s = 3,08 \text{ см}^2$$

$$A_{s,ef} = 2,26 + 3,08 = 5,34 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{5,34 \cdot 100}{20 \cdot 35} = 0,76\% > 0,1\%$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot 5,34}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20} = 8,9 \text{ см,}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{8,9}{35} = 0,254 < \xi_R$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 8,9 \cdot \left(35 - \frac{8,9}{2} \right) = 7096,46 \text{ кН} \cdot \text{см} = 70,96 \text{ кН} \cdot \text{м} > 70 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

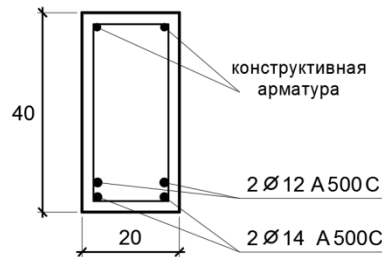


Рис. 18. Схема армирования к задаче №11

Задача №12

Определить размеры сечения и подобрать рабочую арматуру в балке прямоугольного сечения пролетом 5 м при следующих исходных данных:

бетон В25 ($R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$); арматура А500С $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$; $M = 40 \text{ кН} \cdot \text{м} = 4000 \text{ кН} \cdot \text{см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$.

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}$$

Из опыта проектирования задаемся рекомендуемым значением относительной высотой сжатой зоны $\xi = 0,35$, $\alpha_m = 0,289$ (см. задачу №11), $b=20 \text{ см}$, $a=4 \text{ см}$.

1. Определяем высоту сечения h :

$$h_0 = \sqrt{\frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \alpha_m}} = \sqrt{\frac{4000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,289}} = 23,03 \text{ см},$$

$$h = h_0 + a = 23,03 + 4 = 27,03 \text{ см}$$

Принимаем $h=30 \text{ см}$, проверяем высоту сечения из конструктивных соображений $h = \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20} \right) l = \frac{500}{17} = 29,4 \text{ см}$.

Окончательно принимаем $h=30 \text{ см}$

Высоту сечения необходимо проверить по предельным состоянием второй группы- по деформациям.

Принимаем сечение $b=20$ см; $h=30$ см; $h_0=26$ см.

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \frac{4000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 26^2} = 0,227$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,227} = 0,261 < \xi_R,$$

4. Определяем площадь сечения рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,261 \cdot 26}{43,5} = 4,07 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту (прил. 10) принимаем:

$$4 \text{ } \emptyset 12 \text{ A500C}, A_{s,ef} = 4,52 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{4,52 \cdot 100}{20 \cdot 26} = 0,87\% > 0,1\%$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} = \frac{43,5 \cdot 4,52}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20} = 7,53 \text{ см},$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 7,53 \cdot \left(26 - \frac{7,53}{2} \right) =$$

$$4371,5 \text{ кН} \cdot \text{см} = 43,7 \text{ кН} \cdot \text{м} > 40 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 43,5 \cdot 4,52 \cdot \left(26 - \frac{7,53}{2} \right) =$$

$$= 4371,5 \text{ кН} \cdot \text{см} = 43,7 \text{ кН} \cdot \text{м} > 40 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Прочность обеспечена.

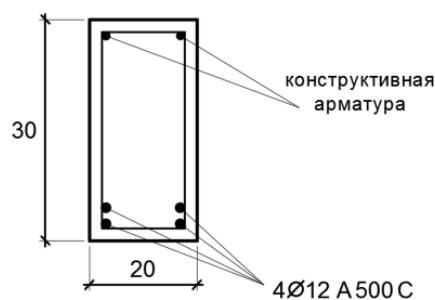


Рис.19. Схема армирования к задаче №12

3. ИЗГИБАЕМЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ ТАВРОВОГО СЕЧЕНИЯ

Тавровое сечение встречается в практике проектирования часто как отдельные балки, в составе монолитных перекрытий, как расчетное сечение плит перекрытий.

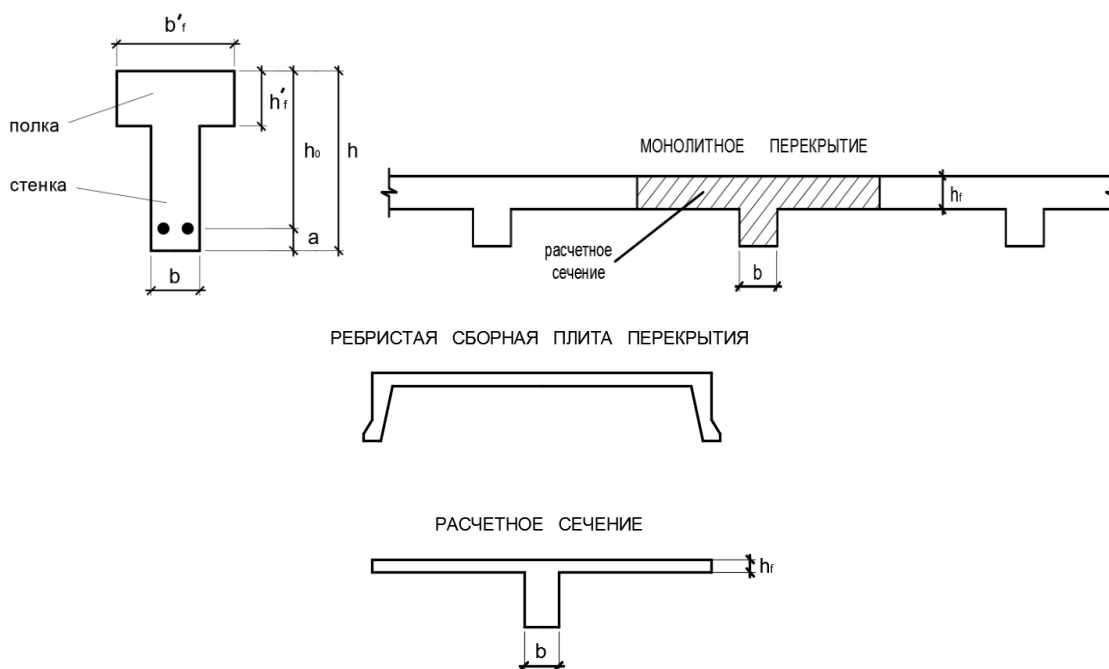


Рис. 20. Изгибаемые элементы таврового сечения

В сравнении с прямоугольным тавровые сечения значительно выгоднее, так как при одной и той же несущей способности бетона расходуется меньше (так как несущая способность не зависит от площади бетона растянутой зоны). По этой же причине целесообразнее сечение с полкой в сжатой зоне. Балки (ригели) с полкой в растянутой зоне проектируются для опирания плит перекрытий с целью уменьшения строительной высоты перекрытий.

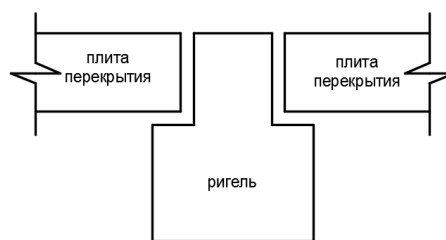


Рис. 21. Схема опирания плит перекрытий на ригель таврового сечения

Тавровые сечения имеют, как правило, одиночное армирование. При большой ширине полков, участки свесов, более удаленные от ребра напряжены меньше. Поэтому в расчет вводят значение b'_f , принимаемое из условия, что ширина свеса $b_{св}$ в каждую сторону от ребра должна быть не более $1/6$ пролета элемента и не более:

а) при наличии поперечных ребер или при $h_f' \geq 0,1h - 1/2$ расстояния в свету между продольными ребрами;

б) при отсутствии поперечных ребер (или при расстояниях между ними больших, чем расстояния между продольными ребрами) и $h_f' < 0,1h - 6h_f'$;

в) для отдельных балок при консольных свесах полки:

при $h_f' \geq 0,1h$ $6h_f'$;

при $0,5h \leq h_f' < 0,1h$ $3h_f'$;

при $h_f' < 0,05h$ – свесы не учитываются. [1]

При расчете элементов таврового сечения различают два случая:

1. Сжатая зона бетона находится в пределах полки $x \leq h'_f$
2. Граница сжатой зоны пересекает ребро $x > h'_f$

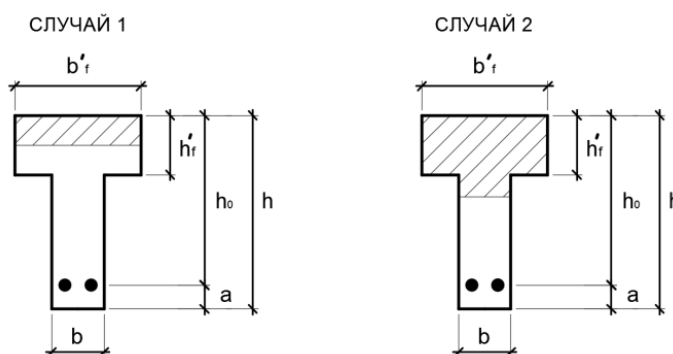


Рис. 22. Два возможных случая расчетных схем таврового изгибаемого элемента

Случай 1 ($x \leq h'_f$) обычно встречается в сечениях с развитой полкой.

Рассмотрим граничный случай

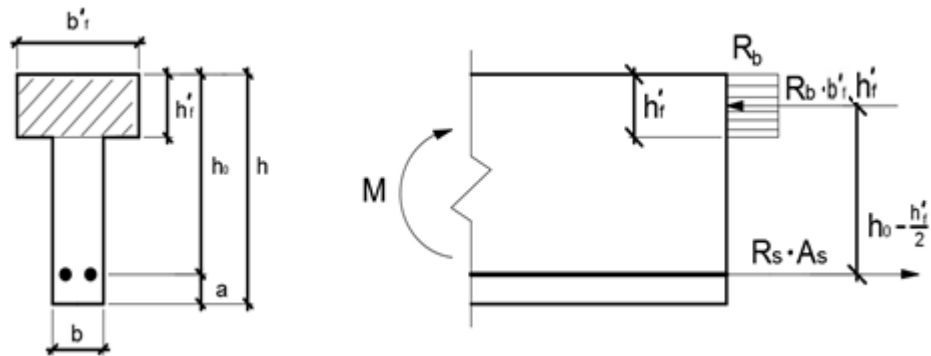


Рис. 23. Схема усилий в изгибаемом элементе таврового сечения, когда граница сжатой зоны расположена на границе между полкой и стенкой
Условия равновесия:

$$M - R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) = 0$$

$$M = R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right),$$

если внешний изгибающий момент меньше, то граница сжатой зоны проходит в полке, тавровый элемент рассчитывается как прямоугольный шириной b'_f (см. раздел 1).

Коэффициент армирования $\mu = \frac{A_{s,ef}}{b \cdot h_0}$,

где b - ширина ребра,

процент армирования $\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100}{b \cdot h_0}$

Случай 2 ($x > h'_f$) встречаются при расчете балочных конструкций с малой шириной свесов полки. Этот случай имеет место, если внешний изгибающий момент будет больше внутреннего момента, воспринимаемого только сжатой полкой.

В этом случае

$$\alpha_m = \frac{M - R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)}{R_b \cdot b \cdot h_0^2},$$

далее определяется $\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$, или по таблице (прил. 8), проверяется $\xi \leq \xi_R$ и определяется площадь рабочей арматуры

$$A_s = \frac{R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0 + R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{R_s}$$

При расчетах R_b умножается на коэффициент условий работы бетона γ_{bi} .

Прочность сечения определяется из условия равновесия: сумма моментов относительно центра тяжести растянутой арматуры равна нулю. Высота сжатой зоны определяется из условия равновесия: сумма проекций всех сил на ось X равна нулю (ось X направлена вдоль оси балки).

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef} - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0}; \xi < \xi_R$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$$

Определять предельный изгибающий момент, воспринимаемый сечением через момент усилия в арматуре, нельзя, так как сжатая зона бетона состоит из двух частей.

3.1. Изгибаемые элементы таврового сечения с полкой в сжатой зоне

(граница сжатой зоны - в полке)

Задача № 13

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в балке таврового сечения и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b'_f = 40 \text{ см}$, $h'_f = 12 \text{ см}$, $b = 12 \text{ см}$, $h = 60 \text{ см}$; $a = 6 \text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 170 \text{ кН}\cdot\text{м} = 17000 \text{ кН}\cdot\text{см}$; класс бетона В15 $R_b = 8,5 \text{ МПа} = 0,85 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура класса А400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$ (прил.5).

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 60 - 6 = 54 \text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3)}$$

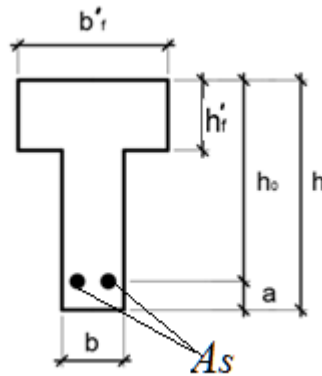


Рис. 24. Схема армирования к задаче №13

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны:

если $M \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$, то граница сжатой зоны

размещается в полке. В этом случае тавровое сечение рассчитывают как прямоугольное шириной b'_f , так как бетон растянутой зоны на прочность не влияет.

$$\begin{aligned} \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) &= 0,9 \cdot 0,85 \cdot 40 \cdot 12 \cdot \left(40 - \frac{12}{2} \right) = \\ &= 17625,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = 176,3 \text{ кН} \cdot \text{м} \\ 170 \text{ кН} \cdot \text{м} &< 176,3 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Граница сжатой зоны – в полке, расчет ведется как для прямоугольного сечения шириной $b'_f = 40$ см.

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h_0^2} = \frac{17000}{0,9 \cdot 0,85 \cdot 40 \cdot 54^2} = 0,191$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,191} = 0,214 < \xi_R$$

4. Определяем площадь сечения рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 0,85 \cdot 40 \cdot 0,214 \cdot 54}{35,0} = 10,1 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту (прил. 10) принимаем:

$$4 \text{ } \emptyset 18 \text{ A400}, A_{s,ef} = 10,18 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{10,18 \cdot 100}{12 \cdot 54} = 1,57\% > 0,1\%$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f} = \frac{35 \cdot 10,18}{0,9 \cdot 0,85 \cdot 40} = 11,64 \text{ см}$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} R_b \cdot b'_f \cdot x \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 0,9 \cdot 0,85 \cdot 40 \cdot 11,64 \cdot \left(54 - \frac{11,64}{2} \right) =$$

$$17166,95 \text{ кН} \cdot \text{см} = 171,7 \text{ кН} \cdot \text{м} > 170 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 35,0 \cdot 10,18 \cdot \left(54 - \frac{11,64}{2} \right) =$$

$$= 17166,5 \text{ кН} \cdot \text{см} = 171,7 \text{ кН} \cdot \text{м} > 170 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

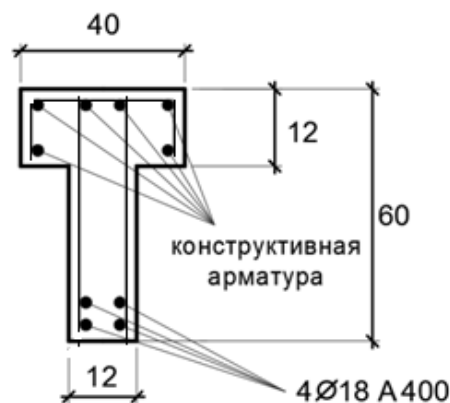


Рис. 25. Схема армирования к задаче №13

Задача №14

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в ребристой плите перекрытия и подобрать по сортаменту (прил. 10) 2 стержня при следующих исходных данных:

$b'_f = 146 \text{ см}$, $h'_f = 5 \text{ см}$, $b = 20 \text{ см}$, $h = 30 \text{ см}$; $a = 4 \text{ см}$; $\gamma_{b1} = 1,0$, $M = 110 \text{ кН}\cdot\text{м} = 11000 \text{ кН}\cdot\text{см}$; класс бетона В20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура класса А600 $R_s = 520 \text{ МПа} = 52,0 \text{ кН/см}^2$ (прил.5), граничная относительная высота сжатой зоны бетона с учетом предварительного напряжения в арматуре и всех потерь принимается $\xi_R = 0,435$.

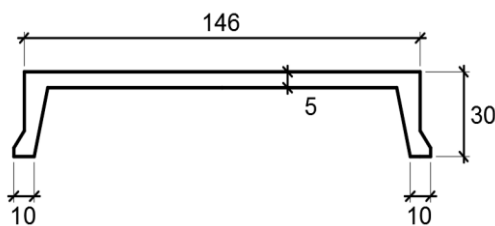
Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 30 - 4 = 26 \text{ см}$

Размеры расчетного сечения определяются из условий 8.1.11 [1]: ширина свеса полки в каждую сторону от ребра должна быть не более $1/6$ пролета и не более $1/2$ расстояния в свету между продольными ребрами:

$$1/6 l_0 = 100 \text{ см}, (146 - 2 \cdot 10) / 2 = 63 \text{ см}$$

Принимаем $b'_f = 146 \text{ см}$.

а)



б)

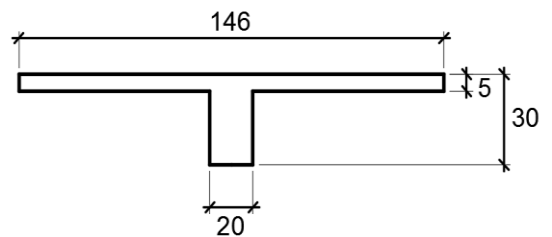


Рис. 26. Ребристая плита перекрытия (а) и расчетное сечение (б)

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны:

$$M \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) = 1,0 \cdot 1,15 \cdot 146 \cdot 5 \cdot \left(26 - \frac{5}{2} \right) =$$

$$= 19728,25 \text{ кН}\cdot\text{см} = 197,28 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$110 \text{ кН}\cdot\text{м} < 197,28 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Граница сжатой зоны проходит в полке. Сечение рассчитывается как прямоугольное шириной $b'_f = 146 \text{ см}$

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h_0^2} = \frac{11000}{1,0 \cdot 1,15 \cdot 146 \cdot 26^2} = 0,097$$

3. Граничная относительная высота сжатой зоны бетона по условию задачи $\xi_R = 0,435$

4. Определяем ξ

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,097} = 0,102 < \xi_R = 0,435$$

5. Определяем площадь сечения рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{1,0 \cdot 1,15 \cdot 146 \cdot 0,102 \cdot 26}{52,0} = 8,56 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту (приложение 10) принимаем:

$$2 \text{ } \emptyset 25 \text{ A600}, A_{s,ef} = 9,82 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{9,82 \cdot 100}{20 \cdot 26} = 1,89\% > 0,1\%$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f} = \frac{52 \cdot 9,82}{1,0 \cdot 1,15 \cdot 146} = 3,09 \text{ см}$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$
$$= 1,0 \cdot 1,15 \cdot 146 \cdot 3,09 \cdot \left(26 - \frac{3,09}{2} \right) =$$

$$12487,7 \text{ кН} \cdot \text{см} = 124,9 \text{ кН} \cdot \text{м} > 110 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 52,0 \cdot 9,89 \cdot \left(26 - \frac{3,09}{2} \right) =$$
$$= 12487,7 \text{ кН} \cdot \text{см} = 124,9 \text{ кН} \cdot \text{м} > 110 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

Проверку прочности можно выполнять по любой формуле.

*3.2. Изгибаемые элементы таврового сечения с полкой в сжатой зоне
(граница сжатой зоны пересекает ребро)*

Задача №15

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в балке таврового сечения и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b'_f = 40\text{ см}$, $h'_f = 12\text{ см}$, $b = 20\text{ см}$, $h = 60\text{ см}$; $a = 6\text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 250\text{ кН}\cdot\text{м} = 25000\text{ кН}\cdot\text{см}$; класс бетона В20 $R_b = 11,5\text{ МПа} = 1,15\text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура класса А400 $R_s = 350\text{ МПа} = 35,0\text{ кН/см}^2$ (прил.5).

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 60 - 6 = 54\text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3)}$$

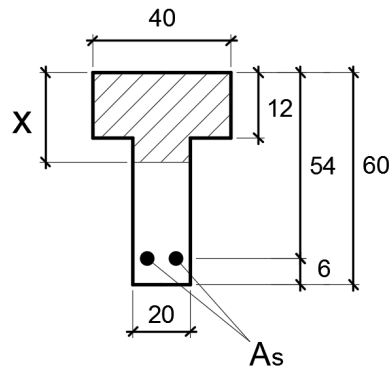


Рис. 27. Расчетное сечение к задаче №15

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны:

если $M > \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$, то граница сжатой зоны

пересекает ребро.

$$\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,15 \cdot 40 \cdot 12 \cdot \left(54 - \frac{12}{2} \right) =$$

$$= 238,5\text{ кН}\cdot\text{м},$$

$250\text{ кН}\cdot\text{м} > 238,5\text{ кН}\cdot\text{м}$, граница сжатой зоны пересекает ребро.

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} =$$

$$= \frac{25000 - 0,9 \cdot 1,15 \cdot (40 - 20) \cdot 12 \cdot \left(54 - \frac{12}{2} \right)}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 54^2} = 0,217$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi_R = 0,533, \text{ (см.задачу №3)}$$

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,217} = 0,248 < \xi_R = 0,533$$

4. Определяем площадь сечения рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0 + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{R_s} =$$

$$= \frac{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 0,248 \cdot 54 + 0,9 \cdot 1,15 \cdot (40 - 20) \cdot 12}{35,0} = 15,01 \text{ см}^2$$

5. Принимаем по сортаменту:

$$4 \text{ } \emptyset 22 \text{ A400, } A_{s,ef} = 15,2 \text{ см}^2$$

6. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{15,2 \cdot 100}{20 \cdot 54} = 1,41\% > 0,1\%$$

7. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} =$$

$$= \frac{35,0 \cdot 15,2 - 0,9 \cdot 1,15 \cdot (40 - 20) \cdot 12}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20} = 13,7 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{13,7}{54} = 0,254 < \xi_R$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 13,7 \cdot \left(54 - \frac{13,7}{2} \right) + 0,9 \cdot 1,15 \cdot (40 - 20) \cdot 12 \cdot \left(54 - \frac{12}{2} \right) =$$

$$25535,52 \text{ кН} \cdot \text{см} = 255,36 \text{ кН} \cdot \text{м} > 250 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

Определить M_{ult} из суммы моментов относительно сжатой зоны бетона нельзя, т.к. сжатая зона состоит из двух частей.

Задача №16

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в балке таврового сечения и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b'_f = 50\text{см}$, $h'_f = 20\text{см}$, $b = 20\text{ см}$, $h = 70\text{ см}$; $a = 7\text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 570\text{ кН}\cdot\text{м} = 57000\text{ кН}\cdot\text{см}$; класс бетона В20 $R_b = 11,5\text{ МПа} = 1,15\text{ кН}/\text{см}^2$ (прил.2); арматура класса А500С $R_s = 435\text{ МПа} = 43,5\text{ кН}/\text{см}^2$ (прил.5).

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 70 - 7 = 63\text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}$$

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны:

Если $M \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$, граница сжатой зоны проходит в

полке

$$\begin{aligned} \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) &= 0,9 \cdot 1,15 \cdot 50 \cdot 20 \cdot \left(63 - \frac{20}{2} \right) = \\ &= 54855\text{ кН}\cdot\text{см} = 548,55\text{ кН}\cdot\text{м} \end{aligned}$$

$570\text{ кН}\cdot\text{м} > 548,55\text{ кН}\cdot\text{м}$, граница сжатой зоны пересекает ребро.

2. Определяем α_m

$$\begin{aligned} \alpha_m &= \frac{M - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} = \\ &= \frac{57000 - 0,9 \cdot 1,15 \cdot (50 - 20) \cdot 20 \cdot \left(63 - \frac{20}{2} \right)}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 63^2} = 0,293 \end{aligned}$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,293} = 0,357 < \xi_R = 0,493$$

4. Определяем площадь сечения рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0 + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{R_s} =$$

$$= \frac{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 0,357 \cdot 63 + 0,9 \cdot 1,15 \cdot (50 - 20) \cdot 20}{43,5} = 24,97 \text{ см}^2$$

5. Принимаем по сортаменту:

$$2 \text{ } \emptyset 32 \text{ A500C, } A_s = 16,08 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 25 \text{ A500C, } A_s = 9,82 \text{ см}^2$$

$$A_{s,ef} = 25,9 \text{ см}^2$$

6. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{25,9 \cdot 100}{20 \cdot 63} = 2,06\% > 0,1\%$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_s - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} =$$

$$= \frac{43,5 \cdot 25,9 - 0,9 \cdot 1,15 \cdot (50 - 20) \cdot 20}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20} = 24,44 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{24,44}{63} = 0,388 < \xi_R$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 24,44 \cdot \left(63 - \frac{24,44}{2} \right) + 0,9 \cdot 1,15 \cdot (50 - 20) \cdot 20 \cdot \left(63 - \frac{20}{2} \right) =$$

$$58603 \text{ кН} \cdot \text{см} = 586,03 \text{ кН} \cdot \text{м} > 570 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

Задача № 17

Проверить прочность балки таврового сечения при следующих исходных данных:

$M = 300 \text{ кН} \cdot \text{м} = 30000 \text{ кН} \cdot \text{см}$ $b'_f = 30 \text{ см}$, $h'_f = 20 \text{ см}$, $b = 20 \text{ см}$, $h = 60 \text{ см}$; $a = 6 \text{ см}$; $h_0 = 54 \text{ см}$, $\gamma_{b1} = 0,9$; В25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура $4 \emptyset 22 \text{ A500C}$ $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$ (прил.5).

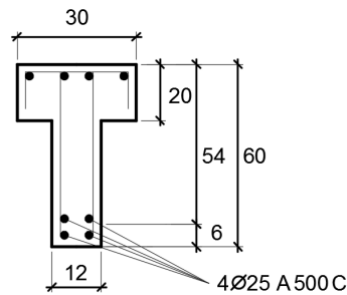


Рис. 28. Схема армирования к задаче №17

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны из условия равновесия

$$\sum x = 0,$$

если $R_s \cdot A_{s,ef} \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f$ граница сжатой зоны - в полке.

По сортаменту (прил.10) $A_{s,ef} = 15,2 \text{ см}^2$

$$43,5 \cdot 15,2 \leq 0,9 \cdot 1,45 \cdot 30 \cdot 20,$$

$661,2 < 783$ – граница в полке.

1. Определяем высоту сжатой зоны x :

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f} = \frac{43,5 \cdot 15,2}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 30} = 16,89 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{16,89}{54} = 0,313 < \xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу № 1)}$$

3. Определяем изгибающий момент M_{ult} , который может восприниматься сечением

$$\begin{aligned} M &\leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = \\ &= 0,9 \cdot 1,45 \cdot 30 \cdot 16,89 \cdot \left(54 - \frac{16,89}{2} \right) = 30122,9 \text{ кН} \cdot \text{см} = \\ &= 301,22 \text{ кН} \cdot \text{м} > 300 \text{ кН} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

Прочность обеспечена.

3.3. Изгибаемые элементы с полкой в растянутой зоне (граница сжатой зоны – в узкой части сечения)

Задача №18

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в балке (ригеле) таврового сечения с полкой в растянутой зоне и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня при следующих исходных данных:

$b' = 20\text{ см}$, $b = 40\text{ см}$, $h = 45\text{ см}$; $h_1 = 25$; $h_2 = 20\text{ см}$; $a = 5\text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 165\text{ кН}\cdot\text{м} = 16500\text{ кН}\cdot\text{см}$; класс бетона В30 $R_b = 17,0\text{ МПа} = 1,7\text{ кН}/\text{см}^2$ (прил.2); арматура класса А500С $R_s = 435\text{ МПа} = 43,5\text{ кН}/\text{см}^2$ (прил.5).

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 45 - 5 = 40\text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}$$

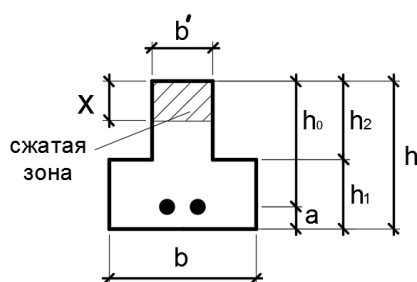


Рис. 29. Расчетное сечение к задаче №18

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны.

Если $M \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot h_2 \cdot \left(h_0 - \frac{h_2}{2} \right)$, то граница сжатой зоны в узкой части

сечения, расчет ведем как расчет прямоугольного сечения шириной $b' = 20\text{ см}$.

$$\begin{aligned} \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot h_2 \cdot \left(h_0 - \frac{h_2}{2} \right) &= 0,9 \cdot 1,7 \cdot 20 \cdot 20 \cdot \left(40 - \frac{20}{2} \right) = \\ &= 18360\text{ кН}\cdot\text{см} = 183,6\text{ кН}\cdot\text{м} \end{aligned}$$

Так как $165\text{ кН}\cdot\text{м} < 183,6\text{ кН}\cdot\text{м}$, рассчитываем как прямоугольное сечение.

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot h_0^2} = \frac{16500}{0,9 \cdot 1,7 \cdot 20 \cdot 40^2} = 0,337$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,337} = 0,429 < \xi_R = 0,493$$

4. Определяем площадь сечения рабочей арматуры A_s

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,7 \cdot 20 \cdot 0,429 \cdot 40}{43,5} = 12,07 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту (прил. 10) принимаем:

$$4 \text{ } \emptyset 20 \text{ A500C}, A_{s,ef} = 12,57 \text{ см}^2$$

Площадь принятой арматуры должна быть больше или равна площади арматуры, полученной по расчету.

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{12,57 \cdot 100}{40 \cdot 40} = 0,79\% > 0,1\% \text{ (см. задачу № 1)}$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'} = \frac{43,5 \cdot 12,57}{0,9 \cdot 1,7 \cdot 20} = 17,87 \text{ см} < h_2$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{17,87}{40} = 0,447 < \xi_R = 0,493$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,7 \cdot 20 \cdot 17,87 \cdot \left(40 - \frac{17,87}{2} \right) = 16987 \text{ кН} \cdot \text{см} = 169,9 \text{ кН} \cdot \text{м} > 165 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 43,5 \cdot 12,57 \cdot \left(40 - \frac{17,87}{2} \right) =$$

$$= 16986,2 \text{ кН} \cdot \text{см} = 169,9 \text{ кН} \cdot \text{м} > 165 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

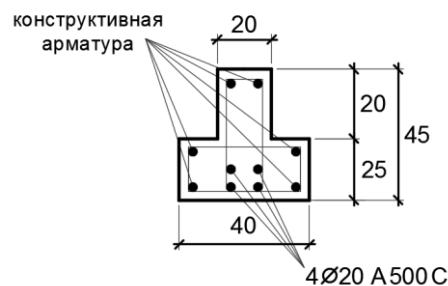


Рис. 30. Схема армирования к задаче №18

3.4. Изгибаемый элемент таврового сечения с двойной рабочей арматурой

Задача №19

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры в балке таврового сечения и подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня в растянутой зоне при следующих исходных данных:

$b'_f = 40\text{ см}$, $b = 10\text{ см}$, $h'_f = 16\text{ см}$; $h = 60\text{ см}$; $a = 8\text{ см}$; $\gamma_{b1} = 0,9$, $M = 500\text{ кН}\cdot\text{м} = 50000\text{ кН}\cdot\text{см}$; класс бетона В30 $R_b = 17,0\text{ МПа} = 1,7\text{ кН}/\text{см}^2$ (прил.2); арматура класса А500С $R_s = 435\text{ МПа} = 43,5\text{ кН}/\text{см}^2$ (прил.5).

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 60 - 8 = 52\text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$\xi_R = 0,493$ (см. задачу №1)

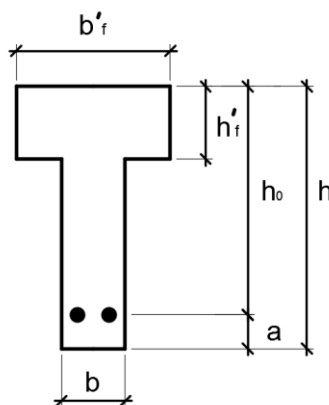


Рис. 31. Расчетная схема к задаче №19

1. Определяем, где проходит граница сжатой зоны:

Если $M \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)$, граница сжатой зоны проходит в

полке

$$\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,7 \cdot 40 \cdot 16 \cdot \left(52 - \frac{16}{2} \right) = 43008\text{ кН}\cdot\text{см} = 430,1\text{ кН}\cdot\text{м}$$

$500\text{ кН}\cdot\text{м} > 430,1\text{ кН}\cdot\text{м}$, граница сжатой зоны пересекает ребро.

2. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2} =$$

$$= \frac{50000 - 0,9 \cdot 1,7 \cdot (40 - 10) \cdot 16 \cdot \left(52 - \frac{16}{2} \right)}{0,9 \cdot 1,7 \cdot 10 \cdot 52^2} = 0,427$$

3. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,427} = 0,619 > \xi_R = 0,493$$

$$\xi > \xi_R, \alpha_R = \xi_R \cdot \left(1 - \frac{\xi_R}{2} \right) = 0,372$$

Так как $\xi > \xi_R$, следует или повысить класс бетона, или увеличить площадь сечения, или запроектировать рабочую арматуру в сжатой зоне.

Рабочая арматура в сжатой зоне ставится в том случае, когда нельзя изменить сечение элемента или повысить класс бетона.

4. Определяем площадь сжатой арматуры

$$A'_s = \frac{M - \alpha_R \cdot \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2 - \gamma_{b1} \cdot R_b (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right)}{R_{sc} \cdot (h_0 - a')} =$$

$$\frac{50000 - 0,372 \cdot 0,9 \cdot 1,7 \cdot 10 \cdot 52^2 - 0,9 \cdot 1,7 \cdot (40 - 10) \cdot 18 \cdot \left(52 - \frac{16}{2} \right)}{43,5 \cdot (52 - 4)} = 1,1 \text{ см}^2$$

Принимаем $a' = 4$ см

5. Определяем площадь сечения растянутой рабочей арматуры

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi_R \cdot h_0 + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{R_s} + A'_s =$$

$$\frac{0,9 \cdot 1,7 \cdot 10 \cdot 0,493 \cdot 52 + 0,9 \cdot 1,7 \cdot 30 \cdot 16}{43,5} + 1,1 = 27 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту принимаем:

- в растянутой зоне

$$2 \text{ } \emptyset 32 \text{ A500C}, A_s = 16,08 \text{ см}^2$$

$$2 \text{ } \emptyset 28 \text{ A500C}, A_s = 12,32 \text{ см}^2$$

$$A_{s,ef} = 16,08 + 12,32 = 28,4 \text{ см}^2$$

- в сжатой зоне

2 Ø 10 A400, $A_{s,ef}=1,57 \text{ см}^2$

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0} = \frac{28,4 \cdot 100}{10 \cdot 52} = 5,46\% > 3\%$$

Сечение переармировано.

Как правило, тавровое сечение проектируется с одиночной арматурой.

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef} - R_{sc} \cdot A'_{s,ef} - \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b} =$$

$$= \frac{43,5 \cdot 28,4 - 43,5 \cdot 1,57 - 0,9 \cdot 1,7 \cdot (40 - 10) \cdot 16}{0,9 \cdot 1,7 \cdot 10} = 28,3 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{28,3}{52} = 0,544 > \xi_R = 0,493, \text{ следовательно, высота сжатой зоны}$$

больше, чем граничная, в сжатой зоне должна быть больше площадь сжатой арматуры. Принимаем 2 Ø 14 A500С, $A_s=3,08 \text{ см}^2$, тогда

$$x = \frac{43,5 \cdot 28,4 - 43,5 \cdot 3,08 - 0,9 \cdot 1,7 \cdot (40 - 10) \cdot 16}{0,9 \cdot 1,7 \cdot 10} = 23,99 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{23,99}{52} = 0,461$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) + \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot (b'_f - b) \cdot h'_f \cdot \left(h_0 - \frac{h'_f}{2} \right) + R_{sc} \cdot A'_{s,ef} \cdot (h_0 - a'_s) =$$

$$= 0,9 \cdot 1,7 \cdot 10 \cdot 23,99 \cdot \left(52 - \frac{23,99}{2} \right) + 0,9 \cdot 1,7 \cdot (40 - 10) \cdot 16 \cdot \left(52 - \frac{16}{2} \right) +$$

$$+ 43,5 \cdot 3,08 \cdot (52 - 4) = 53428,34 \text{ кН} \cdot \text{см} = 534,3 \text{ кН} \cdot \text{м} > 500 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

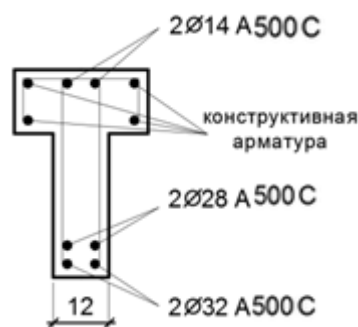


Рис.32. Схема армирования к задаче №19

3.5. Консольные балки и однопролетные балки с шарнирными опорами
таврового сечения

Задача № 20

Определить площадь продольной рабочей арматуры в консольной балке таврового сечения при следующих исходных данных:

$b_f = 40\text{ см}; b' = 20\text{ см}; h = 40\text{ см}; h_1 = 25\text{ см}; h_2 = 15\text{ см}; a = 5\text{ см}, \gamma_{b1} = 0,9,$
 $q = 20 \frac{\text{кН}}{\text{м}}, l = 3\text{ м};$; класс бетона В25 $R_b = 14,5\text{ МПа} = 1,45\text{ кН/см}^2$ (прил.2);
арматура класса А500С $R_s = 435\text{ МПа} = 43,5\text{ кН/см}^2$ (прил.5).

В консольной балке растянутая зона сверху, поэтому и рабочая арматура располагается сверху (см. рис. 33) .

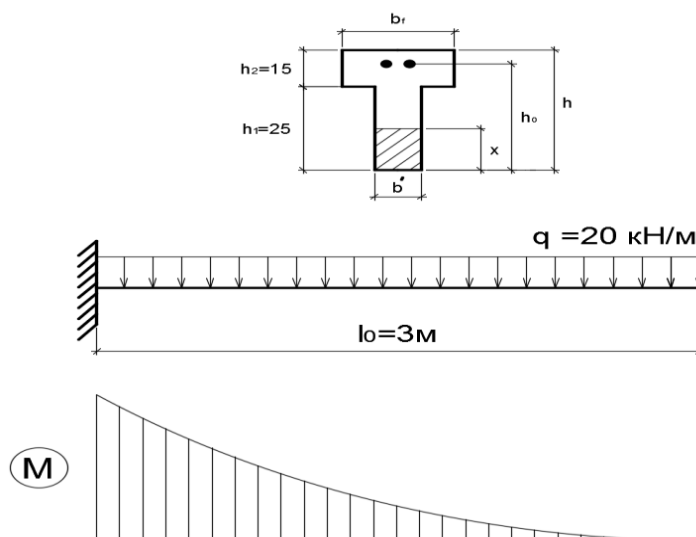


Рис. 33. Расчетная схема к задаче №20

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 40 - 5 = 35\text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,493 \text{ (см. задачу №1)}$$

1. Определяем изгибающий момент

$$M = \frac{ql^2}{2} = \frac{20 \cdot 3^2}{2} = 90\text{ кН} \cdot \text{м}$$

2. Определяем, не входит ли сжатая зона за границу узкой части сечения (стенки). Если $M \leq \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot h_1 \cdot \left(h_0 - \frac{h_1}{2} \right)$, то граница сжатой зоны проходит в стенке (ребре) :

$$\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot h_1 \cdot \left(h_0 - \frac{h_1}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 25 \cdot \left(35 - \frac{25}{2} \right) = 14681 \text{ кН} \cdot \text{см} = 146,8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

90 кН·м < 146,8 кН·м, граница сжатой зоны в стенке, расчет ведется как расчет прямоугольно сечения шириной $b' = 20 \text{ см}$

3. Определяем α_m

$$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot h_0^2} = \frac{9000}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 35^2} = 0,282$$

4. Определяем ξ (можно определить ξ по таблице прил. 8)

$$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m} = 1 - \sqrt{1 - 2 \cdot 0,282} = 0,3397 = 0,34$$

$$\xi < \xi_R$$

5. Определяем A_s

$$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot \xi \cdot h_0}{R_s} = \frac{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 0,34 \cdot 35}{43,5} = 7,14 \text{ см}^2$$

6. По сортаменту принимаем:

$$4 \text{ } \emptyset 16 \text{ A500C, } A_{s,ef} = 8,04 \text{ см}^2$$

7. Определяем процент армирования

$$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b_f \cdot h_0} = \frac{8,04 \cdot 100}{40 \cdot 35} = 0,57\% > 0,1\%$$

8. Проверяем прочность сечения

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'} = \frac{43,5 \cdot 8,04}{0,9 \cdot 1,45 \cdot 20} = 13,4 \text{ см}$$

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 0,9 \cdot 1,45 \cdot 20 \cdot 13,4 \cdot \left(35 - \frac{13,4}{2} \right) = 9897,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = 99 \text{ кН} \cdot \text{м} > 90 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность обеспечена.

$$M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right) = 43,5 \cdot 8,04 \cdot \left(35 - \frac{13,4}{2} \right) = 9897,6 \text{ кН} \cdot \text{см} = 99 \text{ кН} \cdot \text{м} > 90 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Прочность сечения обеспечена.

Задача № 21

Определить предельно допустимую равномерно распределенную нагрузку

q_{ult} , которую может воспринимать консольная балка таврового сечения при следующих исходных данных:

$b_f = 40 \text{ см}; b' = 20 \text{ см}; h = 40 \text{ см}; h'_f = 10 \text{ см}, a = 4 \text{ см}, \gamma_{b1} = 0,9, l_0 = 4 \text{ м};$ класс бетона В20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура $2\text{Ø} 22 \text{ А400 } R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$ (прил.5).

Рабочая высота сечения $h_0 = h - a = 40 - 4 = 36 \text{ см}$

Определяем граничную относительную высоту сжатой зоны бетона:

$$\xi_R = 0,533 \text{ (см. задачу №3)}$$

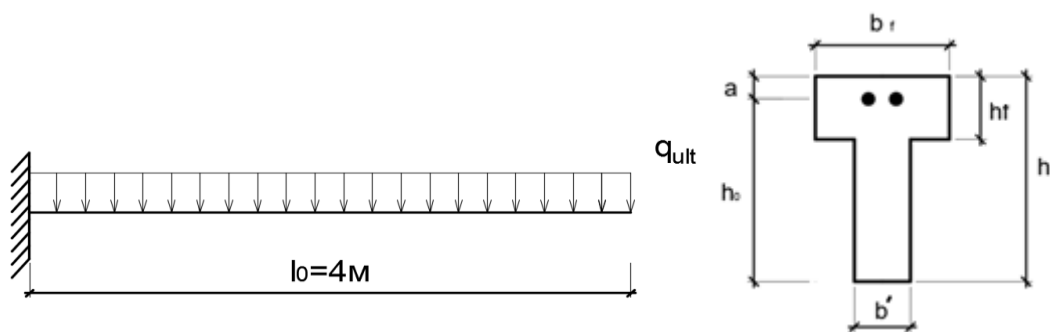


Рис. 34. Расчетное сечение к задаче №21

В консольной балке растянута верхняя часть сечения, сжата нижняя.

1. По сортаменту определяем площадь $2\text{Ø} 22, A_{s,ef} = 7,6 \text{ см}^2$
2. Определяем максимальный изгибающий момент, воспринимаемый сечением

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b' \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right),$$

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'} = \frac{35 \cdot 7,6}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 20} = 12,85 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{12,85}{36} = 0,357 < \xi_R = 0,533, \text{ если } \xi > \xi_R, \text{ то } M_{ult} = \gamma_{bl} \cdot R_b \cdot b' \cdot x_R \cdot \left(h_0 - \frac{x_R}{2} \right)$$

$$M_{ult} = 0,9 \cdot 1,15 \cdot 20 \cdot 12,85 \cdot \left(36 - \frac{12,85}{2} \right) = 7866,8 \text{ кН} \cdot \text{см} = 78,7 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3. Изгибающий момент в консоли, загруженной равномерно распределенной нагрузкой

$$M = \frac{q_{ult} \cdot l_0^2}{2} = \frac{q_{ult} \cdot 4^2}{2} = 8q_{ult}$$

4. Приравнявая M_{ult} и M , находим q_{ult} :

$$8q_{ult} = 78,7$$

$$q_{ult} = \frac{78,7}{8} = 9,83 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

Задача № 22

Определить предельно допустимую нагрузку q_{ult} , которую может воспринимать однопролетная шарнирно опертая балка таврового сечения при следующих исходных данных:

$b'_f = 40 \text{ см}; b = 20 \text{ см}; h = 40 \text{ см}; a = 4 \text{ см}, h'_f = 10 \text{ см}, \gamma_{bl} = 0,9, l_0 = 4 \text{ м};$ класс бетона В20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$ (прил.2); арматура 2Ø22 А400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$ (прил.5), $\xi_R = 0,533$, то есть все размеры сечения, классы арматуры и бетона и сечение арматуры такие же, как предыдущей задаче. Но в шарнирно опертой однопролетной балке растянутая нижняя часть сечения, а сжата верхняя.

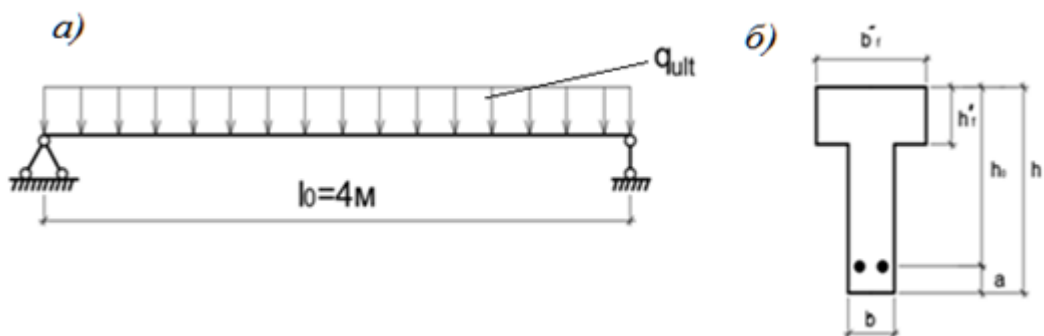


Рис. 35. Расчетная схема (а) и расчетное сечение (б) к задаче №22

1. По сортаменту определяем площадь $A_{s,ef}=7,6 \text{ см}^2$ (см. задачу № 21)

2. Определяем, где проходит граница сжатой зоны:

$$R_s \cdot A_{s,ef} = 35,0 \cdot 7,6 = 266 \text{ кН}$$

$$\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot h'_f = 0,9 \cdot 1,15 \cdot 40 \cdot 10 = 414 \text{ кН.}$$

266 кН < 414 кН, граница сжатой зоны - в полке.

3. Определяем максимальный изгибающий момент, воспринимаемый сечением

$$M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot x \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right),$$

$$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f} = \frac{35 \cdot 7,6}{0,9 \cdot 1,15 \cdot 40} = 6,42 \text{ см}$$

$$\xi = \frac{x}{h_0} = \frac{6,42}{36} = 0,178 < \xi_R = 0,533, \text{ если } \xi > \xi_R, \text{ то } M_{ult} = \gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b'_f \cdot x_R \cdot \left(h_0 - \frac{x_R}{2} \right)$$

$$M_{ult} = 0,9 \cdot 1,15 \cdot 40 \cdot 6,42 \cdot \left(36 - \frac{6,42}{2} \right) = 8715,2 \text{ кН} \cdot \text{см} = 87,2 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3. Изгибающий момент в однопролетной шарнирно опертой балке, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой

$$M = \frac{q_{ult} \cdot l_0^2}{8} = \frac{q_{ult} \cdot 4^2}{8} = 2q_{ult}$$

4. Приравнявая M_{ult} и M , находим q_{ult} :

$$2q_{ult} = 87,2$$

$$q_{ult} = \frac{87,2}{2} = 43,6 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

5. Варианты задач для индивидуальных заданий

Определить площадь сечения продольной рабочей арматуры A_s в балке прямоугольного сечения размерами $b = 20$ см, $h = 45$ см; $a = 5$ см; $h_0=40$ см, $\gamma_{b1}=0,9$, подобрать по сортаменту (прил. 10) 4 стержня, определить процент армирования и проверить прочность сечения.

Класс бетона, класс арматуры, изгибающий момент и граница высоты сжатой зоны ξ приведены в таблице по вариантам.

	Формула	Вариант №1	Вариант №2	Вариант №3
Класс бетона		B20 $R_b = 11,5$ МПа = 1,15 кН/см ²	B25 $R_b = 14,5$ МПа = 1,45 кН/см ²	B30 $R_b = 17,0$ МПа = 1,7 кН/см ²
Класс арматуры		A400 $R_s=350$ МПа =35,0 кН/см ²	A500C $R_s=435$ МПа =43,5 кН/см ²	A500C $R_s=435$ МПа =43,5 кН/см ²
Изгибающий момент		100 кН*м	100 кН*м	100 кН*м
ξ_R	$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$	0,533	0,493	0,493
α_m	$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2}$	0,302	0,239	0,204
ξ	$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$	$0,371 < \xi_R$	$0,278 < \xi_R$	$0,231 < \xi_R$
A_s	$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s}$	8,78 см ²	6,67 см ²	6,5 см ²
Принятая арматура $A_{s,ef}$	По сортаменту (прил.10)	2⊙16 A400, 2⊙18A400 $A_{s,ef}=9,11$ см ²	2⊙14 A500C, 2⊙16 A500C $A_{s,ef}=7,1$ см ²	2⊙14 A500C, 2⊙16 A500C $A_{s,ef}=7,1$ см ²
$\mu\%$	$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0}$	1,14%	0,89%	0,89%
Несущая способность M_{ult}	$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$ $M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot (h_0 - x/2)$	$x=15,62$ см $M=102,6$ кН*м	$x=11,83$ см $M=105,3$ кН*м	$x=10,09$ см $M=107,9$ кН*м

	Формула	Вариант №4	Вариант №5	Вариант №6
Класс бетона		B20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$	B25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$	B30 $R_b = 17,0 \text{ МПа} = 1,7 \text{ кН/см}^2$
Класс арматуры		A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$	A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$	A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$
Изгибающий момент		110 кН*м	110 кН*м	110 кН*м
ξ_R	$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$	0,533	0,533	0,533
α_m	$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2}$	0,332	0,263	0,225
ξ	$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$	$0,421 < \xi_R$	$0,312 < \xi_R$	$0,258 < \xi_R$
A_s	$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s}$	9,96 см ²	9,31 см ²	9,03 см ²
Принятая арматура $A_{s,ef}$	По сортаменту (прил. 10)	4⊙18 A400, $A_{s,ef} = 10,18 \text{ см}^2$	4⊙18 A400 $A_{s,ef} = 10,18 \text{ см}^2$	2⊙16 A400, 2⊙18 A400 $A_{s,ef} = 9,11 \text{ см}^2$
$\mu\%$	$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0}$	1,27%	1,27%	1,14%
Несущая способность M_{ult}	$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$ $M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)$	$x = 17,21 \text{ см}$ $M = 111,9 \text{ кН*м}$	$x = 13,65 \text{ см}$ $M = 118,2 \text{ кН*м}$	$x = 10,42 \text{ см}$ $M = 110,9 \text{ кН*м}$

	Формула	Вариант №7	Вариант №8	Вариант №9
Класс бетона		B25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$	B20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$	B25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$
Класс арматуры		A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$	A500C $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$	A500C $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$
Изгибающий момент		120 кН*м	120 кН*м	120 кН*м
ξ_R	$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$	0,533	0,493	0,493
α_m	$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2}$	0,287	0,362	0,287
ξ	$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$	$0,348 < \xi_R$	$0,475 < \xi_R$	$0,348 < \xi_R$
A_s	$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s}$	10,38 см ²	9,04 см ²	8,35 см ²
Принятая арматура $A_{s,ef}$	По сортаменту (прил. 10)	2⊙18 A400, 2⊙20 A400 $A_{s,ef} = 11,37 \text{ см}^2$	2⊙16 A500C, 2⊙18 A500C $A_{s,ef} = 9,11 \text{ см}^2$	2⊙16 A500C, 2⊙18 A500C $A_{s,ef} = 9,11 \text{ см}^2$
$\mu\%$	$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0}$	1,42%	1,14%	1,14%
Несущая способность M_{ult}	$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$ $M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)$	$x = 15,24 \text{ см}$ $M = 128,9 \text{ кН*м}$	$x = 19,14 \text{ см}$ $M = 120,6 \text{ кН*м}$	$x = 15,18 \text{ см}$ $M = 128,4 \text{ кН*м}$

	Формула	Вариант №10	Вариант №11	Вариант №12
Класс бетона		B30 $R_b = 17,0 \text{ МПа} = 1,7 \text{ кН/см}^2$	B20 $R_b = 11,5 \text{ МПа} = 1,15 \text{ кН/см}^2$	B25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$
Класс арматуры		A500C $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$	A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$	A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$
Изгибающий момент		120 кН*м	120 кН*м	130 кН*м
ξ_R	$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$	0,493	0,533	0,533
α_m	$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2}$	0,245	0,358	0,311
ξ	$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$	$0,286 < \xi_R$	$0,466 < \xi_R$	$0,386 < \xi_R$
A_s	$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s}$	8,05 см ²	11,02 см ²	11,51 см ²
Принятая арматура $A_{s,ef}$	По сортаменту (прил. 10)	2 \varnothing 16 A500C, 2 \varnothing 18 A500C $A_{s,ef} = 9,11 \text{ см}^2$	2 \varnothing 18 A400, 2 \varnothing 20 A400 $A_{s,ef} = 11,37 \text{ см}^2$	4 \varnothing 20 A400 $A_{s,ef} = 12,57 \text{ см}^2$
$\mu\%$	$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0}$	1,14%	1,42%	1,57%
Несущая способность M_{ult}	$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$ $M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)$	$x = 12,95 \text{ см}$ $M = 132,9 \text{ кН*м}$	$x = 19,22 \text{ см}$ $M = 120,9 \text{ кН*м}$	$x = 16,85 \text{ см}$ $M = 138,9 \text{ кН*м}$

	Формула	Вариант №13	Вариант №14	Вариант №15
Класс бетона		B30 $R_b = 17,0 \text{ МПа} = 1,7 \text{ кН/см}^2$	B25 $R_b = 14,5 \text{ МПа} = 1,45 \text{ кН/см}^2$	B30 $R_b = 17,0 \text{ МПа} = 1,7 \text{ кН/см}^2$
Класс арматуры		A400 $R_s = 350 \text{ МПа} = 35,0 \text{ кН/см}^2$	A500C $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$	A500C $R_s = 435 \text{ МПа} = 43,5 \text{ кН/см}^2$
Изгибающий момент		130 кН*м	130 кН*м	130 кН*м
ξ_R	$\xi_R = \frac{0,8}{1 + \frac{\varepsilon_{s,el}}{\varepsilon_{b2}}}$	0,533	0,493	0,493
α_m	$\alpha_m = \frac{M}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot h_0^2}$	0,266	0,311	0,266
ξ	$\xi = 1 - \sqrt{1 - 2\alpha_m}$	$0,315 < \xi_R$	$0,386 < \xi_R$	$0,315 < \xi_R$
A_s	$A_s = \frac{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b \cdot \xi \cdot h_0}{R_s}$	11,02 см ²	9,26 см ²	8,86 см ²
Принятая арматура $A_{s,ef}$	По сортаменту (прил. 10)	2⊙18 A400, 2⊙20 A400 $A_{s,ef} = 11,37 \text{ см}^2$	4⊙18 A500C $A_{s,ef} = 10,18 \text{ см}^2$	2⊙16 A500C, 2⊙18 A500C $A_{s,ef} = 9,11 \text{ см}^2$
$\mu\%$	$\mu\% = \frac{A_{s,ef} \cdot 100\%}{b \cdot h_0}$	1,42%	1,27%	1,14%
Несущая способность M_{ult}	$x = \frac{R_s \cdot A_{s,ef}}{\gamma_{b1} \cdot R_b \cdot b}$ $M_{ult} = R_s \cdot A_{s,ef} \cdot \left(h_0 - \frac{x}{2} \right)$	$x = 13,0 \text{ см}$ $M = 133,3 \text{ кН*м}$	$x = 16,97 \text{ см}$ $M = 139,6 \text{ кН*м}$	$x = 12,95 \text{ см}$ $M = 132,8 \text{ кН*м}$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-101-2003 М.: ФГУП ЦПП, 2004.
2. СП 20.13330.2016. Свод правил «Нагрузки и воздействия». Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*.
3. ГОСТ 27751-2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения.
4. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 520101-2003). М.: ФГУП ЦПП, 2005.
5. Пособие по проектированию предварительно напряженных железобетонных конструкций из тяжелого бетона (к СП 520101-2003). М.: ФГУП ЦПП, 2005.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Нормативные сопротивления бетона $R_{b,n}$ и $R_{bt,n}$

Вид сопротивления	Нормативные сопротивления бетона $R_{b,n}$ и $R_{bt,n}$ и расчетные значения сопротивления бетона для предельных состояний второй группы $R_{b,ser}$ и $R_{bt,ser}$, МПа, при классе бетона по прочности на сжатие										
	B10	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
Сжатие осевое (призменная прочность) $R_{b,n}$ и $R_{b,ser}$	7,5	11,0	15,0	18,5	22,0	25,5	29,0	32,0	36,0	39,5	43,0
Растяжение осевое $R_{bt,n}$, $R_{bt,ser}$	0,85	1,10	1,35	1,55	1,75	1,95	2,10	2,25	2,45	2,60	2,75

Приложение 2

Расчетные сопротивления бетона R_b и R_{bt}

Вид сопротивления	Расчетные сопротивления бетона для предельных состояний первой группы R_b и R_{bt} , МПа, при классе бетона по прочности на сжатие										
	B10	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
Сжатие осевое (призменная прочность), R_b	6,0	8,5	11,5	14,5	17,0	19,5	22,0	25,0	27,5	30,0	33,0
Растяжение осевое, R_{bt}	0,56	0,75	0,90	1,05	1,15	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80

Приложение 3

Значения начального модуля упругости бетона E_b

Значение начального модуля упругости бетона при сжатии и растяжении $E_b \cdot 10^3$, МПа, при классе бетона по прочности на сжатие										
B10	B15	B20	B25	B30	B35	B40	B45	B50	B55	B60
19,0	24,0	27,5	30,0	32,5	34,5	36,0	37,0	38,0	39,0	39,5

Нормативные значения сопротивления арматуры растяжению $R_{s,n}$

Арматура классов	Номинальный диаметр арматуры, мм	Нормативные значения сопротивления растяжению R_{sn} и расчетные значения сопротивления растяжению для предельных состояний второй группы $R_{s,ser}$, МПа
A240	6-40	240
A400	6-40	400
A500	10-40	500
A600	10-40	600
A800	10-32	800
A1000	10-32	1000
B500	3-12	500
Bp500	3-5	500
Bp1200	8	1200
Bp1300	7	1300
Bp1400	4; 5; 6	1400
Bp1500	3	1500
Bp1600	3-5	1600
K1400(K-7)	15	1400
K1500(K-7)	6; 9; 12	1500
K1500(K-19)	14	1500
K1600	6; 9; 12; 15	1600
K1700	6-9	1700

Расчетные значения сопротивления арматуры растяжению R_s и сжатию R_{sc}

Арматура классов	Расчетные значения сопротивления арматуры для предельных состояний первой группы, МПа		Арматура классов	Расчетные значения сопротивления арматуры для предельных состояний первой группы, МПа	
	растяжению R_s	сжатию R_{sc}		растяжению R_s	сжатию R_{sc}
A240	210	215	Bp1300	1130	500 (400)
A400	350	350	Bp1400	1215	500 (400)
A500	435	435 (400)	Bp1500	1300	500 (400)
A600	520	470 (400)	Bp1600	1390	500 (400)
A800	695	500 (400)	K1400	1170	500 (400)
A1000	830	500 (400)	K1500	1250	500 (400)
B500	435	415 (380)	K1600	1390	500 (400)
Bp500	415	390 (360)	K1700	1475	500 (400)
Bp1200	1000	500 (400)			

Примечание. Значения R_{sc} в скобках используют только при расчете на кратковременное действие нагрузки.

Расчетные сопротивления поперечной арматуры R_{sw}

Класс арматуры	A240	A400	A500	B500
Расчетное сопротивление поперечной арматуры R_{sw} , МПа	170	280	300	300

Значения модуля упругости арматуры E_s

Класс арматуры	Значения модуля упругости E_s , МПа
Арматура всех классов кроме канатной	$2,0 \cdot 10^5$
Канатная классов K1400; K1500; K1600; K1700	$1,95 \cdot 10^5$

Значения ξ , ζ , α_m

ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m	ξ	ζ	α_m
0,01	0,995	0,01	0,26	0,87	0,226	0,51	0,745	0,38
0,02	0,99	0,02	0,27	0,865	0,234	0,52	0,74	0,385
0,03	0,985	0,03	0,28	0,86	0,241	0,53	0,735	0,39
0,04	0,98	0,039	0,29	0,855	0,248	0,54	0,73	0,394
0,05	0,975	0,049	0,30	0,85	0,255	0,55	0,725	0,399
0,06	0,97	0,058	0,31	0,845	0,262	0,56	0,72	0,403
0,07	0,965	0,068	0,32	0,84	0,269	0,57	0,715	0,407
0,08	0,96	0,077	0,33	0,835	0,276	0,58	0,71	0,412
0,09	0,955	0,086	0,34	0,83	0,282	0,59	0,705	0,416
0,10	0,95	0,095	0,35	0,825	0,289	0,60	0,7	0,42
0,11	0,945	0,104	0,36	0,82	0,295	0,62	0,69	0,428
0,12	0,94	0,113	0,37	0,815	0,302	0,64	0,68	0,435
0,13	0,935	0,122	0,38	0,81	0,308	0,66	0,67	0,442
0,14	0,93	0,13	0,39	0,805	0,314	0,68	0,66	0,449
0,15	0,925	0,139	0,40	0,8	0,32	0,70	0,65	0,455
0,16	0,92	0,147	0,41	0,795	0,326	0,72	0,64	0,461
0,17	0,915	0,156	0,42	0,79	0,332	0,74	0,63	0,466
0,18	0,91	0,164	0,43	0,785	0,338	0,76	0,62	0,471
0,19	0,905	0,172	0,44	0,78	0,343	0,78	0,61	0,476
0,20	0,9	0,18	0,45	0,775	0,349	0,80	0,6	0,48
0,21	0,895	0,188	0,46	0,77	0,354	0,85	0,575	0,489
0,22	0,89	0,196	0,47	0,765	0,36	0,90	0,55	0,495
0,23	0,885	0,204	0,48	0,76	0,365	0,95	0,525	0,499
0,24	0,88	0,211	0,49	0,755	0,37	1,00	0,50	0,50
0,25	0,875	0,219	0,50	0,75	0,375			

Значения ξ_R , α_R

Класс арматуры	A240	A400	A500	B500
Значение ξ_R	0,612	0,533	0,493	0,502
Значение α_R	0,425	0,391	0,372	0,376

